



Монголын Математикийн 54-р Олимпиад
IV Даваа

A1

Ангилал Шифр

1	0	0	9	0
---	---	---	---	---

Оноо

$$\cancel{3} + 4 = 7 \cancel{5}$$

Хуудас/Нийт

1	3
---	---

n-ээд илүүжүүлж.

$a_1 - \text{бүрэл}$

$$a_2 = \frac{3}{1}(a_1 - 1) = 3(a_1 - 1) = 3a_1 - 3 \Rightarrow a_1, 3 \in \mathbb{Z} \text{ тааруулж } a_2 \in \mathbb{Z}$$

$$a_3 = \frac{4}{2}(a_2 - 1) = 2(3a_1 - 3) = 6a_1 - 8 \Rightarrow a_1, 6, 8 \in \mathbb{Z} \text{ тааруулж } a_3 \in \mathbb{Z}$$

Одоо $n-2, n-1, n$ үүд чадванд зам үзүүлж $(n+1)$ үүд бүрэл газарийн харуулдаа.

$n-1$ -ийн үүд $(n-1) \mid (a_{n-1} - 1)$ нь соодогчай. $n=2k$.

$$a_{n-1} = \frac{n}{n-2}(a_{n-2} - 1) = \frac{2k}{2k-2}(a_{n-2} - 1) = \frac{k}{k-1}(a_{n-2} - 1)$$

$$a_{n-1} \in \mathbb{Z} \quad (k, k-1) = 1, \text{ тааруулж } (a_{n-2} - 1) : (k-1) \Rightarrow a_{n-1} = k \cdot \left(\frac{a_{n-2} - 1}{k-1} \right)$$

$$\Rightarrow a_{n-1} : k. \checkmark$$

$$a_n = \frac{n+1}{n-1} \cdot (a_{n-1} - 1) \Rightarrow (n+1, n-1) = 1 \quad \text{боловсруулж} \quad n-тами$$

$$a_n \in \mathbb{Z} \text{ чадванд тааруулж} \quad \begin{aligned} a_{n-1} &\stackrel{n+1=0(k)}{\equiv} 0(k) \\ n+1 &\stackrel{n+1=1(k)}{\equiv} 1(k) \\ n-1 &\stackrel{n-1=-1(k)}{\equiv} -1(k) \end{aligned} \quad (a_{n-1} - 1) : (n-1) \text{ боловсруулж} \Rightarrow$$

$$a_{n-1} = n \quad = \frac{a_{n-1} - 1}{n-1} \equiv \frac{-1}{-1} \equiv 1(k) \Rightarrow (n+1) \cdot \frac{(a_{n-1} - 1)}{(n-1)} \equiv 1(k) \text{ боловсруулж}$$

Бүхий $a_n \equiv 1(k)$ боловсруулж.

$$\checkmark \quad a_{n+1} = \frac{n+2}{n} \cdot (a_n - 1) = \frac{2k+2}{2k} \cdot (a_n - 1) = \frac{(k+1)}{k} \cdot (a_n - 1) \Rightarrow (n-1)^2$$

$$(k+2, k) = 1 \quad \text{боловсруулж} \Rightarrow a_n - 1 : k \text{ боловсруулж. } a_n \equiv 1(k) \text{ тааруулж}$$

$$\frac{a_n - 1}{k} \in \mathbb{Z} \text{ боловсруулж} \Rightarrow a_{n+1} = (k+1) \cdot \left(\frac{a_n - 1}{k} \right) \in \mathbb{Z} \text{ боловсруулж.}$$

n -соодогчай үүд $n=2k+1$

$$a_{n-1} = \frac{n}{n-2} \cdot (a_{n-2} - 1) = \frac{2k+1}{2k-1} \cdot (a_{n-2} - 1), (2k-1, 2k+1) = 1 \text{ тааруулж}$$

$$a_{n-1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow (a_{n-2} - 1) : (2k-1) \text{ бүхий } \frac{a_{n-2} - 1}{2k-1} \in \mathbb{Z} \text{ боловсруулж} \Rightarrow$$

$$a_{n-1} = (2k-1) \cdot \frac{a_{n-2} - 1}{2k-1} \Rightarrow a_{n-1} : 2k+1 \text{ бүхий } a_{n-1} : n$$

Wir zeigen, dass die Folge a_n monoton absteigend ist und beschränkt von unten ist.

Monotonie: $a_n \geq a_{n+1}$

$$a_n = \frac{n+1}{n-1} \cdot (a_{n-1} - 1) = \frac{2k+2}{2k} (a_{n-1} - 1) = \frac{k+1}{k} (a_{n-1} - 1)$$

$$a_n = \frac{n+1}{n-1} \cdot (a_{n-1} - 1) \stackrel{?}{=} \frac{1}{4} (0-1) \stackrel{?}{=} 1(n) \text{ Mon } a_n \in \mathbb{Z}$$

$$a_{n+1} = \frac{n+2}{n} \cdot (a_n - 1), \quad n\text{-congru} \Rightarrow (n+2; n) = 1 \quad \text{durch } 1-n, n+2-n = 1$$

$$(a_n \equiv 1|n) \Rightarrow a_n - 1 \vdash n \text{ durch } a_n - 1 \vdash n \quad \frac{a_n - 1}{n} \in \mathbb{Z} \text{ somit } \Rightarrow$$

$$(1-a) \frac{1}{1-a} = (1-a) \frac{1}{1-a} = (1-a) \frac{1}{1-a} = \dots$$

$$\frac{1}{1-a} < \frac{1}{(1-a)} \cdot \frac{1}{(1-a)} \text{ und } 1-a > 0$$

$$\frac{1}{1-a} < \frac{1}{(1-a)} \cdot \frac{1}{(1-a)} \text{ und } 1-a > 0$$

$$\frac{1}{1-a} < \frac{1}{(1-a)} \cdot \frac{1}{(1-a)} \text{ und } 1-a > 0$$

$$\frac{1}{1-a} < \frac{1}{(1-a)} \cdot \frac{1}{(1-a)} \text{ und } 1-a > 0$$

$$\frac{1}{1-a} < \frac{1}{(1-a)} \cdot \frac{1}{(1-a)} \text{ und } 1-a > 0$$

$$\frac{1}{1-a} < \frac{1}{(1-a)} \cdot \frac{1}{(1-a)} \text{ und } 1-a > 0$$

$$\frac{1}{1-a} < \frac{1}{(1-a)} \cdot \frac{1}{(1-a)} \text{ und } 1-a > 0$$

$$\frac{1}{1-a} < \frac{1}{(1-a)} \cdot \frac{1}{(1-a)} \text{ und } 1-a > 0$$

$$\frac{1}{1-a} < \frac{1}{(1-a)} \cdot \frac{1}{(1-a)} \text{ und } 1-a > 0$$

$$\frac{1}{1-a} < \frac{1}{(1-a)} \cdot \frac{1}{(1-a)} \text{ und } 1-a > 0$$



Монголын Математикийн 54-р Олимпиад
IV Даваа

A2

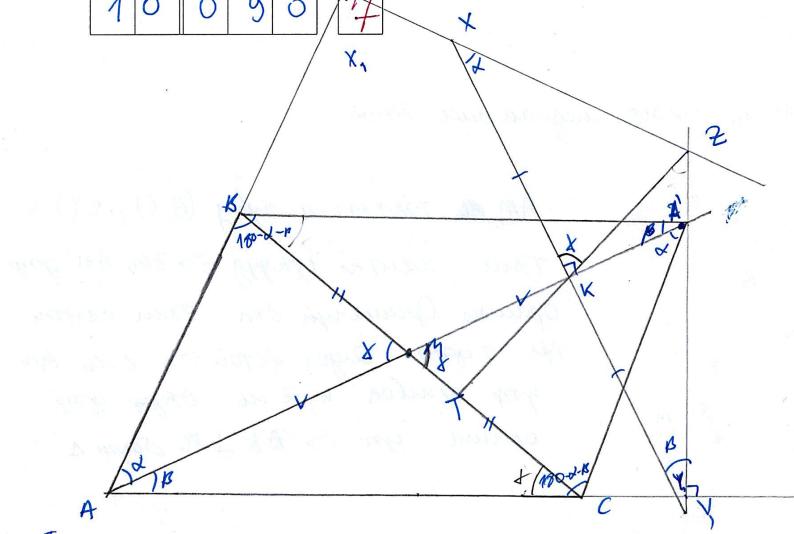
Ангилал Шифр

1	0	0	9	0
7	7	7	7	7

Оноо

Хуудас/Нийт

2	3
---	---



Төгөлт

$AB \neq AC$ чадвагүй. $(AB) \cap (XZ) = X_1$, $(AC) \cap (YX) = Y_1$, $(ZK) \cap (BC) = T$ чадвагүй.

AM цувралын дээр $AM = MA'$ дээр A' чадвагүй.

$AM = MA'$ даа $BM = MC$ $\Rightarrow ABA'C$ нь 119° дээр.

$\angle BAA' = \alpha$ чадвагүй, $\angle A'AC = \beta$ чадвагүй. $\Rightarrow \angle BAA' = \beta$, $\angle A'A'C = \alpha$. даа

$\angle ABA' = \angle A'CA = 180 - \alpha - \beta$.

$\angle AX_1X + \angle XKA = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow AX_1XK$ нь тойролт дарсана $\Rightarrow \angle KXZ = \alpha$

$\angle AKY = 90^\circ$, $\angle AY_1Y = 90^\circ \Rightarrow AKY_1Y$ нь тойролт дарсана $\Rightarrow \angle KY_1Y = \beta$

(X_1, Y_1 нь тээвэр эхийн түүхийн дээр X_1Y_1Z нь гүнгүүрээр оршиж болно)

$\angle AX_1X + \angle XKA = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow AX_1XK$ нь тойролт дарсана $\Rightarrow \angle KXZ = \alpha$,

X_1 нь X, Z -ийн гүнгүүрээр оршиж байсан $\angle AKX = \angle AX_1X = 90^\circ \Rightarrow AKX$ тойролт дарсана $\Rightarrow \angle KXZ = \alpha$ дээр.

$\angle BAA' = \angle YXZ = \alpha \Rightarrow AABA' \cap XZY = BM, ZK$ нь тогтолцоогүй

$\angle BAA' = \angle ZYX = \beta$

Орчинд суурин шигшиа түүхийн дараах $\triangle ABM$ и $\triangle XZK$, $\triangle BAI$ и $\triangle ZYX$ нь

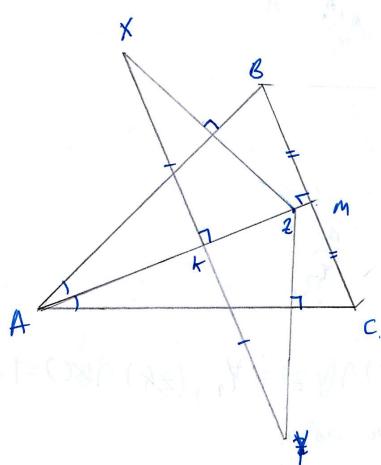
$\Rightarrow \angle AMB = \alpha$ чадвагүй, $\angle XZK = \beta$ дээр. Ийн $\angle A'AC = \gamma$

$\angle ZKA' = 90 - \gamma \Rightarrow \angle MKT = 90 - \gamma \Rightarrow \angle MTK = 180 - 90 - \gamma = 90^\circ \Rightarrow XC \perp ZK$ дээр.

RA

PS

$AB = AC$ жык АМ нөнөң оңдог, мегинан бүсү дары.



АМ төмөнкүлүк жыгыз $(B, C), (X, Y)$ нөнөң
төмөнкүлүк жыгызы \Rightarrow ЗН АМ дәрбөн
орниш. Орништүй бол төмөнкүлүк
түй 2 көбүрек оңдог \Rightarrow ЗН АМ
дәрбөн күй, ЗН оңдог дәрбөн
орниш үн $\Rightarrow BK \perp BC$ дары.



Монголын Математикийн 54-р Олимпиад
IV Даваа

A3

Ангилал Шифр

1	0	9	0	0
---	---	---	---	---

Оноо

Хуудас/Нийт

3	3
---	---

$$a^2 < b^3 < c^4 < d^5$$

I. дараалсан чинчүүл бүхий албаныг чадвад $\frac{1}{(1)}$ -н a_1 -ийн чинчүүл, d -ийн албаныг чадвад ~~жинчүүл~~ $d=1$ үзүүлэх чадвад a_1-a дүрүүдийн IV тоогодор албасан a, b, c, d огноо.

$$\left. \begin{array}{l} d=1 \quad \text{чадвад} \\ a=a_1 \\ b=a_1+1 \\ c=a_1+2 \\ d=a_1+3 \end{array} \right| \quad \begin{array}{l} a^2 < b^3 < c^4 < d^5 \quad \text{бүхий} \\ a_1 \leq a^2 \quad \text{бүхий} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} d=2 \quad \text{чадвад} \\ a=a_1 \\ b=a_1+2 \\ c=a_1+4 \\ d=a_1+6 \end{array} \right| \quad \begin{array}{l} a_1 \leq a^2 < b^3 < c^4 < d^5 \quad \text{бүхий} \\ a_1, a^2, b^3, c^4, d^5 \quad \text{ишигээх болдог} \\ \text{ишигээх болдог} \end{array}$$

Харин: огноо.

II дараалсан чинчүүл чадвад. 8-асар чинчүүл

$$k=8s \quad \text{чадвад} \quad k^2 \equiv 0 \pmod{8}, \quad k^3 \equiv 0 \pmod{8}, \quad k^4 \equiv 0 \pmod{8}, \quad k^5 \equiv 0 \pmod{8}$$

$$k=8s+1 \quad \text{чадвад} \quad k^2 \equiv 1 \pmod{8}, \quad k^3 \equiv 1 \pmod{8}, \quad k^4 \equiv 1 \pmod{8}, \quad k^5 \equiv 1 \pmod{8}$$

$$k=8s+2 \quad \text{чадвад} \quad k^2 \equiv 4 \pmod{8}, \quad k^3 \equiv 0 \pmod{8}, \quad k^4 \equiv 0 \pmod{8}, \quad k^5 \equiv 0 \pmod{8}$$

$$k=8s+3 \quad \text{чадвад} \quad k^2 \equiv 1 \pmod{8}, \quad k^3 \equiv 3 \pmod{8}, \quad k^4 \equiv 1 \pmod{8}, \quad k^5 \equiv 3 \pmod{8}$$

$$k=8s+4 \quad \text{чадвад} \quad k^2 \equiv 0 \pmod{8}, \quad k^3 \equiv 0 \pmod{8}, \quad k^4 \equiv 0 \pmod{8}, \quad k^5 \equiv 0 \pmod{8}$$

$$k=8s+5 \quad \text{чадвад} \quad k^2 \equiv 1 \pmod{8}, \quad k^3 \equiv 5 \pmod{8}, \quad k^4 \equiv 1 \pmod{8}, \quad k^5 \equiv 5 \pmod{8}$$

$$k=8s+6 \quad \text{чадвад} \quad k^2 \equiv 4 \pmod{8}, \quad k^3 \equiv 0 \pmod{8}, \quad k^4 \equiv 0 \pmod{8}, \quad k^5 \equiv 0 \pmod{8}$$

$$k=8s+7 \quad \text{чадвад} \quad k^2 \equiv 1 \pmod{8}, \quad k^3 \equiv 7 \pmod{8}, \quad k^4 \equiv 1 \pmod{8}, \quad k^5 \equiv 7 \pmod{8}$$

$$a^2 \equiv 0 \pmod{8}$$

~~$$a^2 \equiv 0 \pmod{8} \quad \text{чадвад} \quad b^3 \equiv 1 \pmod{8}, \quad c^4 \equiv 2 \pmod{8} \quad \text{бүхий с агуулжүүл}$$~~

~~$$a^2 \equiv 1 \pmod{8} \quad \text{чадвад} \quad b^3 \equiv 2 \pmod{8} \quad \text{бүхий с агуулжүүл}$$~~

~~$$a^2 \equiv 4 \pmod{8} \quad \text{чадвад} \quad b^3 \equiv 5 \pmod{8}, \quad c^4 \equiv 6 \pmod{8}$$~~

$$\text{чадвад} \quad a^2 \equiv 0 \pmod{8}, \quad b^3 \equiv 1 \pmod{8}, \quad c^4 \equiv 0 \pmod{8}, \quad d^5 \equiv 1 \pmod{8} \quad \text{боловжүүлжүүл}$$

$$2d^5 = c^4 - a^2 \quad \boxed{0}$$

$$\text{Case } c^u = 0(8) \text{ and } a^2 = 1(8) \text{ for } c^u - a^2 \equiv -1(8) \text{ not true}$$

$$2d^1 = c^u - a^2 \Rightarrow \text{not true.}$$

$$a^2 \equiv 4(8) \text{ and } 2d^1 \equiv 4(8) \Rightarrow d^1 \equiv 2\sqrt{6}(8) \Rightarrow$$

$$b^3 \equiv 2\sqrt{6}(8) \Rightarrow \text{not true.}$$

$$c^u \equiv 1(8) \text{ and } a^2 \equiv 0(8) \text{ for } c^u - a^2 \equiv 1(8) \text{ not true}$$

$$2d^1 = c^u - a^2 \Rightarrow \text{not true.}$$

$$a^2 \equiv 4(8) \text{ and } c^u - a^2 \equiv 5(8) \text{ not true}$$

$$2d^1 = c^u - a^2 \Rightarrow \text{not true} \Rightarrow$$

$$c^u \equiv a^2 \equiv 0V1(8) \text{ for } d \equiv 0V4(8)$$

$$d \equiv 0(8) \text{ or } c^u \equiv a^2 \equiv 0(8) \text{ for } b^3 \equiv c^r \equiv 4(8) \Rightarrow \text{not true}$$

$$c^u \equiv a^2 \equiv 1(8) \text{ for }$$



Монголын Математикийн 54-р Олимпиад
IV Даваа

Б1

Ангилал

1	0	3	0	3
---	---	---	---	---

Шифр

7

Оноо

Хуудас/Нийт

14

$$a^4 + b^4 + c^4 + \frac{a^2}{(b+c)^2} + \frac{b^2}{(c+a)^2} + \frac{c^2}{(a+b)^2} \geq ab + bc + ca.$$

$$\begin{aligned} a^4 + b^4 + c^4 + \frac{a^2}{(b+c)^2} + \frac{b^2}{(c+a)^2} + \frac{c^2}{(a+b)^2} &= \left(\frac{1}{2}b^4 + \frac{1}{2}c^4 + \frac{a^2}{(b+c)^2} \right) + \\ &+ \left(\frac{1}{2}b^4 + \frac{1}{2}a^4 + \frac{c^2}{(b+a)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}a^4 + \frac{1}{2}c^4 + \frac{b^2}{(a+c)^2} \right) = \\ &= \frac{1}{2} \left(b^4 + c^4 + \frac{2a^2}{(b+c)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(b^4 + a^4 + \frac{2c^2}{(b+a)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(a^4 + c^4 + \frac{2b^2}{(a+c)^2} \right) \xrightarrow{\text{такоо түүшээс}} \\ &\geq \frac{1}{2} \left(\frac{(b^2+c^2)^2}{2} + \frac{2a^2}{(b+c)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{(b^2+a^2)^2}{2} + \frac{2c^2}{(b+a)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{(a^2+c^2)^2}{2} + \frac{2b^2}{(a+c)^2} \right) \xrightarrow{\text{такоо}} \\ &\geq \frac{1}{2} \left(\frac{(b^2+c^2)^2}{2} + \frac{2a^2}{\lambda(b^2+c^2)} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{(b^2+a^2)^2}{2} + \frac{2c^2}{\lambda(b^2+a^2)} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{(a^2+c^2)^2}{2} + \frac{2b^2}{\lambda(a^2+c^2)} \right) \xrightarrow{\text{такоо}} \\ &\geq \frac{1}{2} \cdot 2 \sqrt{\frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot (b^2+c^2)} + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{2} c^2 \cdot (b^2+a^2)} + \frac{1}{2} \cdot 2 \sqrt{\frac{1}{2} (a^2+c^2) \cdot b^2} = \\ &= a \sqrt{\frac{1}{2} \cdot (b^2+c^2)} + b \sqrt{\frac{1}{2} (b^2+a^2)} + c \sqrt{\frac{1}{2} (a^2+c^2)} = a \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} b^2 + \frac{1}{2} b^2 + \frac{1}{2} c^2 + \frac{1}{2} c^2} + \\ &+ b \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} b^2 + \frac{1}{2} b^2 + \frac{1}{2} a^2 + \frac{1}{2} a^2 \right)} + c \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} a^2 + \frac{1}{2} a^2 + \frac{1}{2} c^2 + \frac{1}{2} c^2 \right)} \xrightarrow{\text{такоо}} \\ &\geq a \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} (b+c)^2} + b \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} (b+a)^2} + c \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} (a+c)^2} = \frac{1}{2} a(b+c) + \frac{1}{2} b(a+c) + \\ &+ \frac{1}{2} c(a+b) = ab + bc + ca \Rightarrow \end{aligned}$$

$$a = b = c = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Ашиглалтад: $(b^4 + c^4) = \frac{(b^2)^2}{2} + \frac{(c^2)^2}{2} \geq \frac{(b^2 + c^2)^2}{2}$

$$\frac{2a^2}{(b+c)^2} = \frac{2a^2}{b^2 + 2bc + c^2} \geq \frac{2a^2}{2(b^2 + c^2)} \quad (2bc \leq b^2 + c^2)$$



Монголын Математикийн 54-р Олимпиад
IV Даваа

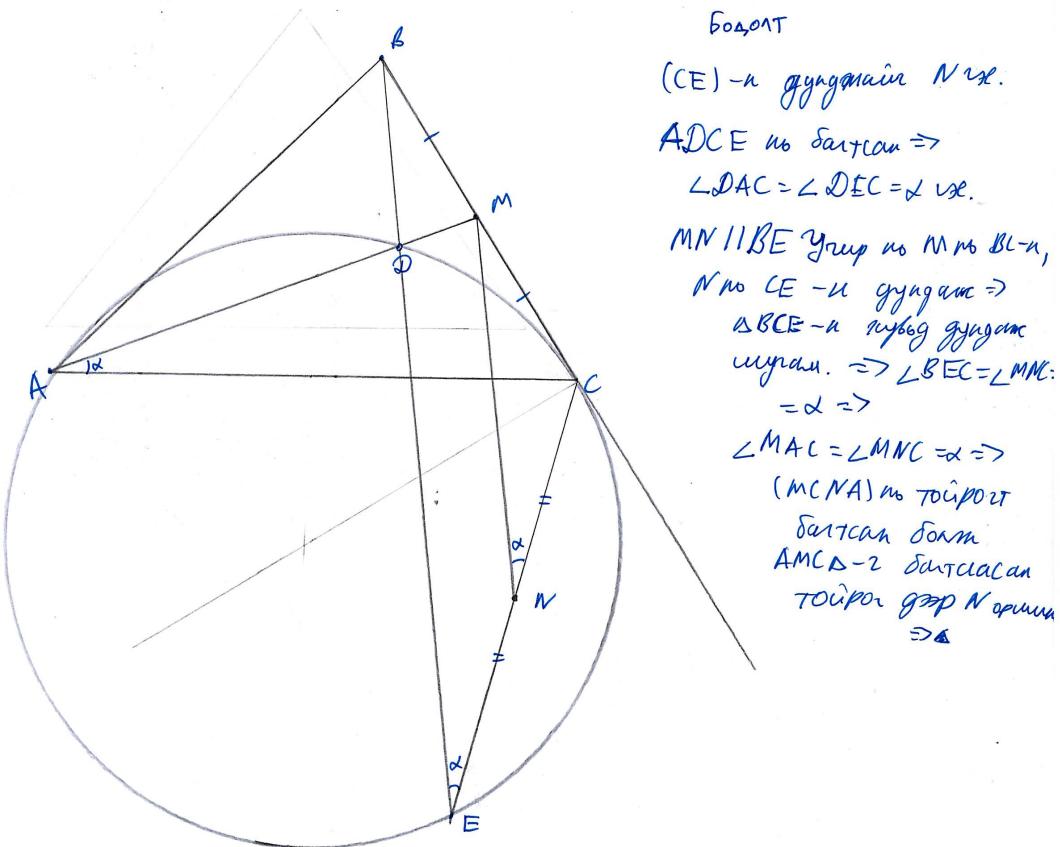
Б2

Ангилал Шифр Оноо

1	0	3	0	3	7
---	---	---	---	---	---

Хуудас/Нийт

2	4
---	---





Монголын Математикийн 54-р Олимпиад
IV Даваа

Б3

Ангилал Шифр

1	0	3	0	3
---	---	---	---	---

Оноо $1=4+3=7$ оноо

$\boxed{3}$ оноо. (оригинэх нь тодорхас!)

Хуудас/Нийт

3	4
---	---

Числүүдэг дүрмийн байдалар тоо харгалзулжад. Числэх тоо ~~дахь~~ ашигтай.
 b_1, b_2, \dots, b_n тоо бүр. $\sum_{i=1}^{n-1} 10^i b_i = \overline{b_1 b_2 \dots b_n} \Rightarrow 10^k = 1(9) + k \in \mathbb{N} \Rightarrow$

$\overline{b_1 b_2 b_3 \dots b_n} = b_1 + b_2 + \dots + b_n (9) \Rightarrow$ 1 числэх тоо ижил

самархажиж хамаагтай. 10-асад оногийн түү 10 числэй да
 чесл бүр a_1, a_2, \dots, a_{10} ижил оршиж нь. a_i -ийн сорог башаа бүхийн тоо.
 Жишээн $x_1 a_1 + x_2 a_2 + \dots + x_{10} a_{10} : 9$ бүр $(0, 1, 2, \dots, 9)$ -ийн санахад
 $(x_1, x_2, \dots, x_{10})$ ижил нь? ижил бодлоготой ижил башаа.
 $a_i = b_i (9) \quad i=1, 10 \quad \delta/2.$

Одоо $(b_1, b_2, \dots, b_{10})$ -ийн санахад. Энэ дүрүү 9-д ижил чигддэг
 одоо 8-чийн дүрүү нь. Сондай элементэй дүрүүгээ ижил
 ёстой. Умар ижил бүрээ тийн.

Сондай элементэй дүрүүг ижил чигдэг 2, 2-оор нь ижил чигддэг сэргээ
 байдал 5 эхийн хувьнам башаа ижил чиг. \Rightarrow Энэ 5 эхийн
 $(0, 9) (1, 8) (2, 7) (3, 6) (4, 5)$ -ийн түрүүлжин, 10 элементэй харгалзулжадан
 $(9, 0), (1, -1)$ -ийн хувьнама $\Rightarrow ab - ab = 0 (9) \Rightarrow (x_1, \dots, x_{10})$ ижил чигдэг \checkmark

Сондай элементэй дүрүүг ижил чигдэг $(0, a), (b, 0) (c, c), (d, d), (e, e)$ башаа
 одоо 1, 1-ийн 9, 0-ийн харгалзулжадан числэх чөбүрээ $(1, 8) (2, 7) (3, 6) (4, 5)$.
 тайл 10 эхийн, 10 эхийн харгалзулжадан. \checkmark

Сондай элементэй дүрүүг ижил чигдэг бүрээ 6-ийн $(a, a) (b, b) (c, c)$ нь
 ижил чигдэг 9-ийн (y_1, y_2, y_3, y_4) нь. $y_1 - y_2 \neq y_3 - y_4 (9) \quad \delta/2.$
 $y_1 - y_2 \neq y_4 - y_3 (9)$

$$y_1 - y_2 \equiv b (9) \quad \delta/2. \quad (y_1, y_2, y_3, y_4) - z (\alpha, -\alpha, -\beta, \beta) - g \text{ харгалзулжадан}$$

$$y_1 \alpha - y_2 \alpha - y_3 \beta + y_4 \beta \equiv \alpha (y_1 - y_2) - \beta (y_3 - y_4) \equiv$$

$$\equiv (y_3 - y_4)(y_1 - y_2) - \beta (y_3 - y_4)(y_3 - y_4) \equiv 0 (9) \quad \delta/2 \text{ байдал. } \checkmark$$

α, β -ийн санахад. $(a, a) (b, b) (c, c) \Rightarrow (4, 9) (8, 1) (2, 7) (1, 6) (4, 5)$ -ийн
 числэх 9 эхийн харгалзулжадан

$y_1 - y_2 = y_3 - y_4 \text{ (9) } \delta/2$. $\text{да } y_1 - y_2 \neq y_3 - y_4 \text{ (9) аммуди сон}$
 ~~$y_1 - y_2 = y_3 - y_4 \text{ (9)}$~~ (беттеги салбардан (ягълан даркада сабак)

$$\begin{cases} y_1 - y_2 = y_3 - y_4 \text{ (9)} \\ y_1 - y_4 = y_2 - y_3 \text{ (9)} \end{cases} \quad ? y_1 - y_2 - y_4 = y_2 - y_3 \text{ (9)}$$

$y_1 = y_2 \text{ (9)}$ δ да яштада сон
 \Rightarrow
 Задача оидом.

Сонгой элементтэй бүрд би уу (9,0), (0,0) тээвч чадсан та $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6$
 $\delta/2$.

Задача и $(1,8)(2,7)(3,6)(4,5)$ -ийн 2-2 аммуди сон $(0, -d)(c - d)$
 $\delta/2$. Ихэнд $(d, -d, 1, -b, c_i, c_j)$ -ийн $(b, b, d, -d, 0, 0)$ тээвч харгалзужна.
 Оюу (0,0)(0,0)-ийн $(1,8)(2,7)(3,6)(4,5)$ -ийн 2-2 аммуди сонгойн та бүрдээр и
 харгалзужна. Оюу (1,8), (2,7), (3,6), (4,5)-ийн 2-2 аммуди болохын
 та $(0, b', -b', c_i, c_j, c_s)$ таан чадсан. c_i, c_j, c_s -ийн $b', -b'$ -ийн таан
 тааном. $c_s \delta/2$. Ихэнд (c_i, c_j) -ийн $(0, 0)$ -ийн харгалзужна.
 $(0, b', -b', c_s)$ -ийн $(-k, k, -x, x)$ -ийн харгалзужна.

$$pk + p'x - c_s x = 0 \text{ (9)}$$

Ихэнд $k + p' = 0$ ($p + c_s$) (9) \Rightarrow ишиг $\delta/2$ даа k, x -ийн сонж таан
 $k = x \text{ (9)}$ даа $p' = -c_s \text{ (9)} \Rightarrow c_s = 0 \text{ (9)}$ \Rightarrow Задача.

$p = -x \text{ (9)}$ даа $-2x = -c_s x \text{ (9)} \Rightarrow 2x = c_s \text{ (9)}$ \Rightarrow Задачийн таан.

$\Rightarrow k, x, -k, x$ таан чадсан. $\Rightarrow (9, 0), (0, 0) \Rightarrow$ ~~(0,0)~~ $(1,8)(2,7)(3,6)(4,5)$ -ийн чадсан таан и харгалзужна.

Сонгой элементтэй бүрд би уу
 $(f_1, f_2, \dots, f_{10})$ иб.

$$(0; 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8) \text{ уу } (8, 1, 0, 5, 3, 2, 7, 6, 4, 0)$$

$$(0, 1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8) \text{ уу } (0, 1, 8, 5, 3, 2, 7, 6, 4, 0, 1)$$

$$(0, 1, 2, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8) \text{ уу } (0, 3, 0, 5, 8, 2, 7, 1, 4, 6)$$

$$(0, 1, 2, 3, 3, 4, 5, 6, 7, 8) \text{ уу } (0, 6, 5, 1, 0, 2, 7, 8, 4, 3)$$



Монголын Математикийн 54-р Олимпиад
IV Даваа

Б3

Ангилал Шифр Оноо

1	0	3	0	3	
---	---	---	---	---	--

Хуудас/Нийт

4	4
---	---

(0, 1, 2, 3, 4, 4, 5, 6, 7, 8) юг (0358027146)
 (0, 1, 2, 3, 4, 5, 5, 6, 7, 8) юг (0358270146)
 (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 6, 7, 8) юг (0651278043)
 (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 7, 8) юг (0358271406)
 (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 8) юг (0, 1, 8, 5, 3, 2, 7, 6, 4, 0) эм (x_1, \dots, x_n) -
 яарчилжүүлна.

Сондогийн элементийн бүрэлдэхүүн 10 шт юг ✓

9-ийн 9-төрлийн чиглэлтэй оноо \Rightarrow 10 шт бүрэлдэхүүн
 багажиуд \Rightarrow ▲

$$\begin{array}{ccccccccc}
 & & & & (4) & (5) & (1) & (2) & (3) \\
 (1,1), 12, 8, 10, (4), 15, 1, 2, 13, & & & & & & & & \\
 & 8 & 1 & & 18 & 27 & 5 & 6 & 0 \\
 & & & & 6 & 3 & & & \\
 & & & & & & & 12+18+6=36 & \\
 0 & 36 & 1 & & & & & & \\
 -4 & -4x & -x & & & & & & \\
 34 & -6x & -x & \equiv 0(9) & & & & & \\
 34 & \equiv -5x(9) & & & & & & & \\
 34 & \equiv 4x(9) & & & & & & &
 \end{array}$$

