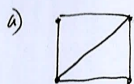




Шифр 572
Огноо 7

Хуудас/Шийр 14

$n=2$ үед



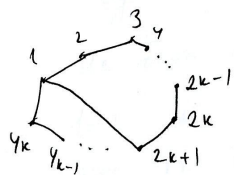
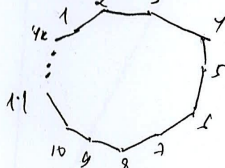
үзгэр болон хөтлөг үед ийн диагональдоо олддог.

$n=3$ үед дараа нь олддоггүй батална. Эхлээд

$n \geq 4$ үед ийн диагональ татан задалгүй байх байгуулалтын зурж мөн эсвэл задалгүй батална.

$2n = 4k$ үед эхлээд ийн диагональ олддог эсвэл $(n=2k)$ эрэйшүүдэд 1-ээс эхлэн $4k$ хүртэл дугаарлавал энэ

диагональ ийн эрэйшүүд нь 2-т илүү үлддэг эсвэл таснууд байна.



илүү тасны эрээг хуваах эрэйшүүд болон олгогдох хуваана \Rightarrow диагональ ийн талд нь $n-1=2k-1$ эрэй байршил

$\Rightarrow n+1=2k+1$ и эрэйшүүд олон олгогдох үзсэн тус тус эхлэх үед болон тэгсэн үед нь диагональ ийн

эрэйшүүд буюу 2-т илүү үлддэг эсвэл таснууд байна. (i -аас эхлэн $i+2k$ дээр дуусна)

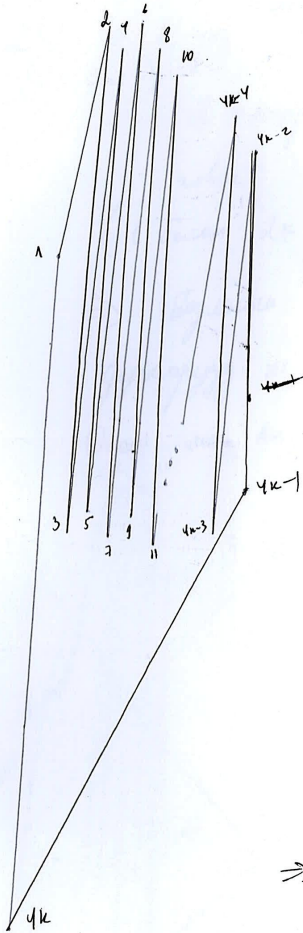
\Rightarrow Одоо ийн олон олгогдох эсвэл үзвэл.



Шифр
5 7 2

Бодлого
A1

Хуудас/Нийт
24



Сондгой дугаартай үзүүр нь
ихдээ k ба $2k$ сондгой дугаартай
үзэг харгалдана. (Харгалдана гэдэг нь
хөрвөс хэсэг 2 үзгийг хэлбэлхэс бүлгээрээ
байнгын диагональ үүсгэж чадна).

Тэг 2 сондгой үзэг нь ихдээ k
 4 дугаарын зайтай байна.

$\Rightarrow A = 4k$ үзэг бүлэг үзэг асуудал
үүсгэнэ ($A = 4k$ үзэг тусгай байгуулал)

Одоо тэнх дугаартай үзүүрэн хувьд

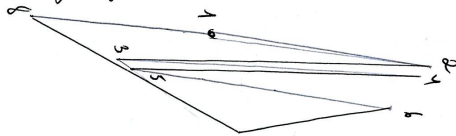
$4k$ болон 2 бүлэг үзүүрэн хувьд

$1-2$ ба тэнх дугаартай харгалдана.

Мөн $4k$ болон 2 нь зөвхөн хөрвөсөс k
харгалдан тусгай асуудал үүсгэнэ.

$\Rightarrow n = 4k$ үзэг бүлгээрээ байнгын бөгөөд
тэнхүү тэнхнэс оройтой хоёр олон оройтойгоор
хуваагдах диагональ татаж гаднахгүй.

$n = 4$ үзэг



- 3 ба 7-г харгалдана
- 1 ба 5-г харгалдана
- 2 ба 6-г харгалдана
- 4 ба 8-г харгалдана

\Rightarrow бодлогын нөхцөлийг
хамрах диагональ
татаж гаднахгүй.



Шифр
5 7 2

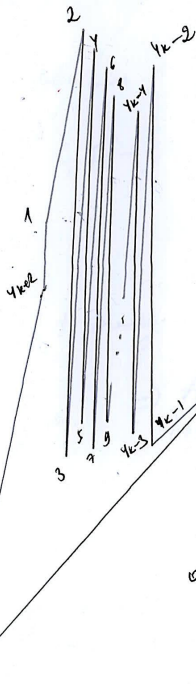
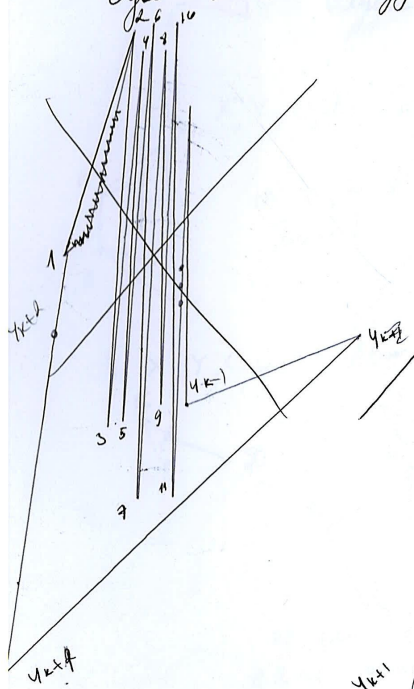
Бодлого
A1

Хуудас/Нийт
3 4

Гарууцаа 1-ээс эхлэн $2n$ хүртэл дууларна.
 $2n = 4k + 2$ үед $(n = 2k + 1)$ Хэрвэ дуулаар дунд диагональ
 2 тэнхүү эрхтэй элементүүд хуваам гэдгийг
 харвал i үнэм эхлэн $i + 2k + 1$ эрхт дээр дуулна.
 (i ба $2k + 1 + i$ -г хэлбэсэн диагональ татсан гэвэл)

\Rightarrow Бодлогын нөхцөлийг хангах диагональ эрхт
 дуулаарууд нь 2-т өөр, өөр үлдэгдэл өгнө.

Одоо мөн нь байгуулаар авч үзье.



\Rightarrow $4k + 1$ бүх сонголт
 дуулаар нь илгээ $2n$
 тэнхүү дуулаарт харгалдан
 босоо энэ илгээ 1 3
 зайтай байна.
 Мөн бүх тэнхүү дуулааруудын
 хувьд илгээ 3 сонголт
 дуулаарт харгалдан
 $4k$ босоо энэ илгээ
 3 зайтай байна.

\Rightarrow Бодлогын нөхцөлийг
 хангах дуулаар диагональ
 олдохгүй.

$n = 3$ үед $2n$ үндсэн 4 нь өндөрт дээр 2 эрхт нийт үзье.

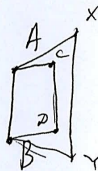


Шифр
5 7 2

Бодлого
A 1

Хуудас/Нийт
4 4

$n=3$ үед бодлогын нөхцөлийг хангах диагональ олддог гэдэгт батлаар.

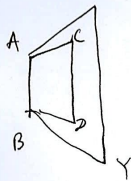


A, B 2 цэгийг ашиглан 2 и 4 өнцөгт байгуулаар. (Энэ 2 и 4-н өнцөгтийн эс 2 цэн нь давхцана. A болон B)

$\Rightarrow AB$ хэргийн ариглавал 6-н өнцөгт болно.

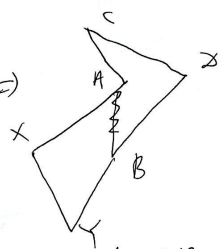
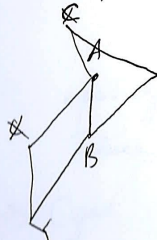
Энэ үед бодлогын нөхцөлийг хангах диагональ олддог гэдэгт батлаар.

$\Rightarrow X, Y, C, D$ нь AB -ын 1 талд оршдог бол



$\Rightarrow X, D$ эсвэл C, Y -г холбосно. (Энэ диагональ болно.)

$\Rightarrow X, Y, C$ нь AB -ын 1 талд оршдог бол



$\Rightarrow AB$ нь өөрөө диагональ болно.

$\Rightarrow n=3$ үед бодлогын нөхцөлийг хангах диагональ олддог.

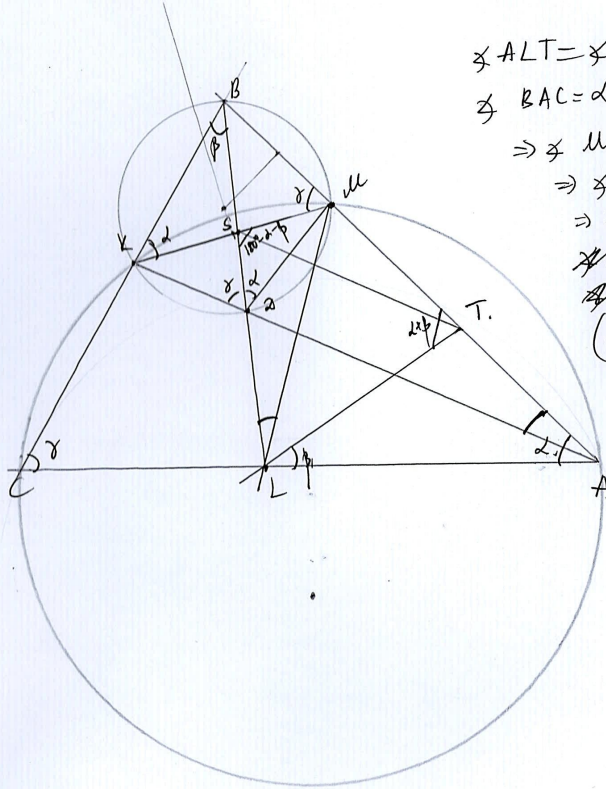
$\Rightarrow n=2$ ба 3 үед н бодлогын нөхцөлийг хангах диагональ олддог. Бусад үед ~~олдог~~ татагт задалгүй.



Шифр
572

Огноо
7

Хуудас/Шийт
11



$$\angle ALT = \angle CBL = \beta \text{ нэ.}$$

$$\angle BAC = \alpha \text{ нэ}$$

$$\Rightarrow \angle MKC = 180^\circ - \alpha$$

$$\Rightarrow \angle BKM = \alpha \text{ байно.}$$

$$\Rightarrow \angle BDM = \angle BKM = \alpha$$

~~$$\angle BDM = \alpha \text{ нэ}$$~~

~~$$\angle BDM = \alpha \text{ нэ}$$~~

$$(\angle MDL = 180^\circ - \alpha \text{ ба } \angle MAL = \alpha)$$

\Rightarrow $MDLA$ - тойргин бичиг

$$\angle LTM = \alpha + \beta \text{ байна}$$

$$\text{Мөн } \angle MSB =$$

$$= \angle BSK = 180^\circ - \alpha - \beta$$

байно.

\Rightarrow $SMTL$ гурвал
онгоор тойргин
байна

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \angle DAM = \angle DLM \\ \text{Мөн } \angle SLM = \angle STM \end{array} \right\} \Rightarrow \angle STM = \angle KAM$$

Байн $ST \parallel AK$ байна. Эдгээр баймагав. ✓



Монголын Математикийн 55-р Олимпиад
III Даваа

А3

Шифр	Огноо
572	0

Хуудас/Шифр
1



Шифр
603

Огноо
2

+4 *Анх
М.Бурманзид*

Хуудас/Нийт
1/2

$$\frac{1-a_1 \dots a_n}{n} \leq \frac{1}{1+a_1+a_2+\dots+a_n}$$

$$\Rightarrow n \geq 1+a_1+\dots+a_n - (a_1+\dots+a_n+1) a_1 \dots a_n$$

$$\Rightarrow a_1+\dots+a_n \geq n-1 \text{ үед багдохог хамгалттай}$$

$$a_i=0 \text{ үед } \frac{1-0}{n} \leq \frac{1}{1+a_1+\dots+a_n}$$

$$\left. \begin{array}{l} a_1+\dots+a_n \geq n-1 \\ a_i=0 \end{array} \right\} \Rightarrow a_1=\dots=a_n=1 \text{ (} a_i \neq 1 \text{)} \\ a_i=0$$

$$\left. \begin{array}{l} a_1+\dots+a_n \leq 1 \\ a_i=0 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1-0}{n} \leq \frac{1}{n} \text{ болон ТХН байна.}$$

$$a_1, \dots, a_n \neq 0 \text{ үед}$$

$$a_1+\dots+a_n \geq n-1 \text{ (} a_1+\dots+a_n+1 \geq n \text{)}$$

$$(a_1+a_2+\dots+a_n+1) a_1 \dots a_n \geq 1+a_1+\dots+a_n - n$$

$$\Rightarrow a_1 \cdot \dots \cdot a_n \text{ нь аль болох бага байх ёстой}$$

Уривгийн халдах зарлимаар $(a_1+a_2=k, a_1=1, a_2=k-1 \text{ хамгийн бага уривгыг гаргана } a_1, a_2 \in \mathbb{N})$

$$\Rightarrow a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n \text{ үед } a_1 \dots a_n \text{ хамгийн бага байна}$$

$$a_1=1-x_1, a_2=1-x_2, \dots, a_n=1-x_n \text{ үед}$$

$$\Rightarrow \frac{1-(1-x_1)(1-x_2)\dots(1-x_n)}{n} \leq \frac{1}{n+1-x_1-\dots-x_n} \text{ болно (2.б)}$$

$$\Rightarrow n \geq n+1-x_1-\dots-x_n - (n+1-x_1-\dots-x_n)(1-x_1)\dots(1-x_n)$$

$$\text{Мөн } a_1+\dots+a_n \geq n-1 \text{ (} 1-x_1+\dots+(1-x_n) \geq n-1 \text{)}$$

$$1 \geq x_1+\dots+x_n \geq 0 \text{ болно}$$



Шифр
603

Бодлого
B1

Хуудас/Нийт
22

Агаар

$$\Rightarrow (n+1 - x_1 - x_2 - \dots - x_n) \geq 1 - x_1 - x_2 - \dots - x_n$$
 үгт батална.

$$\cdot (1-x_1) \dots (1-x_n)$$

$(1-x_1, x_1; x_2, x_2; \dots; x_n, x_n) \leq 1$

$$(1-x_1) \dots (1-x_n) = 1 - \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{\substack{i=1 \\ j \neq i}}^n x_i x_j - \dots$$

Мөн $\sum_{\substack{b_1=1 \\ \vdots \\ b_k=k}}^n x_{b_1} x_{b_2} \dots x_{b_k} \geq \sum_{\substack{a_1 \\ \vdots \\ a_{k+1}=k+1}}^n x_{a_1} x_{a_2} \dots x_{a_{k+1}}$ батална.

(Харгал $x_1, x_2, \dots, x_n (1-x_{k+1} - \dots - x_n) > 0$ $1, x_1 + \dots + x_n$)

$$\Rightarrow (1-x_1) \dots (1-x_n) \geq 1 - (x_1 + \dots + x_n)$$

$$\Rightarrow (1-x_1) \dots (1-x_n) (n+1 - x_1 - \dots - x_n) \geq$$

$$\geq (1-x_1 - \dots - x_n) (n+1 - x_1 - \dots - x_n)$$

$$\geq 1 - x_1 - \dots - x_n \text{ батална баталгаар.}$$

$$\sum_{\substack{b_1=1 \\ \vdots \\ b_k=k}}^n x_{b_1} x_{b_2} \dots x_{b_k} = \sum_{\substack{a_1=1 \\ \vdots \\ a_{k+1}=k+1}}^n x_{a_1} x_{a_2} \dots x_{a_{k+1}}$$

$$\Rightarrow x_{b_i} = 0 \Rightarrow a_{b_i} = 1 \text{ батална } \Rightarrow \begin{cases} a_{b_i} = 1 & x_{b_i} > 0 \\ a_{y_{i-1}} = 1 & x_{y_{i-1}} = 0 \end{cases}$$

Мөн $\Rightarrow (1-x_1 - \dots - x_n) (n+1 - x_1 - \dots - x_n) = 1 - x_1 - \dots - x_n$

$$\Rightarrow x_1 + \dots + x_n = 1 \Rightarrow x_i = 1 \text{ буюу } a_i = 0 \text{ батална.}$$

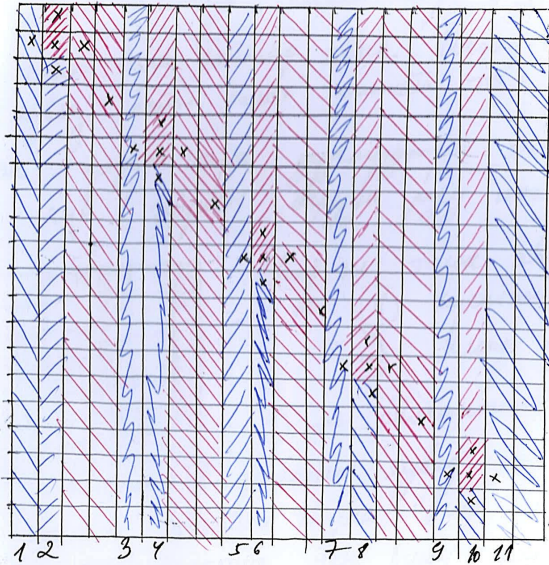
$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 = \dots = a_{n-1} = 1 \\ a_n = 0 \end{cases} \text{ үгд ТХН батална.}$$



Шифр 603
Огноо 0

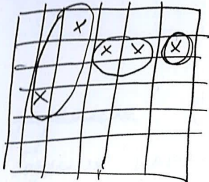
Хуудас/Нийт 14

Хариу: 11



x - хар өнгөөр
бүдэгдсэн нэг.
Энд хамгийн сайн
Зуваалт нь.
улаанаар бүдэгдсэн
төмн өнцөгт нь
яа 2 хар бүдэгдсэн
нүдсэн төмн өнцөгт
нь харин цэнхэрээр
бүдсэн нь ихдээ 1 хар
өнгөтэй төмн өнцөгтүүд
тай.

Одоо хамгийн ихдээ 11 байна гэдгийг баталъя.
Эцэстэй амаар 2 дан цагаан өнгөөс бүтсэн
төмн өнцөгт ермийнхэн баталъя.
Амар нь төмн өнцөгтийн хувьд хэрвээ авах
боломжтой бол байт болох дээ хамтгаар нь авъя.
Тэгэхдээ эцэстэй хар нүднүүдийн хувьд хамгийн
боломжит бол 13-тэй төмн өнцөгтүүдийг авъя.
талбайтай.

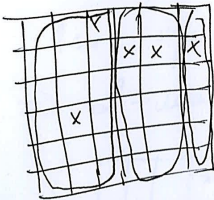




Шифр: 603
Бодлого: B2

Хуудас/Нийт: 24

Төгсдөг бодлогын нөхцөлийг хамгаалж буюу
ингэс ололгүй тасам хар нүдтэй тэнц өнцөгтүүд хам-
гийн бала байхаар авна. Ингээг тэр тэнц өнцөгтүүдийн
хувьд байт болж хамгийн тэнц талбай авна. Энэ нь
эл үндэст харж дүрсүүдээрээ хамгийн тэнц асуудал үүсгэ-
лт. (дүүрсээ баруун рүү нэг нөгсгөө талбайгаа тэнц)

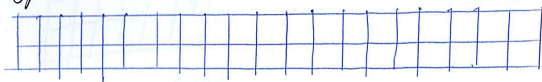


Энэ нь тэнц авахад зогсох 2 бөлөгт
1) хүснэгтийн захыг хургах
2) Энэ нь хар нүдэнд хургах
1) нь ойлгомжтой асуудалгүй байна.

Харин 2-дахийн хувьд тэр хар нүд нь шууд хаан
хэсгийн авчхит гэдэг. Энэ нь 2-оор асуудал үүсгээр
хамгийн сүүлийн нүд буюу дээд зөвхөн баруун нүдэнд
асуудал үүсгэлтэй бүрэн хурца.

⇒ Энэ 2 дан цагаан өнгөөс бүтсэн тэнц өнцөгт
оршиггүй.

Одоо хамгийн ихдээ 11 байна гэдгийг батална.
Одоо зөвхөн хар нүд харил байрлуулах үүрэг үзгээ.
Дурын 2 дараалсан тэнц авч үрж.



Хэрвээ аль нэг мөрөнд
2а тасам хар нүд байвал
Бел тэр тэнцгийн хувьд
ингэс авна. Баруунаас зүүн

дараалсан 2-ын ил хүснэгтэд хамгаалж ⇒ Энэ нь өнцөгтөөс
бодлогын нөхцөлийг хамгаалж хүснэгт захирагч.
Мөн энэ 2 мөрөнд, хувьд энэ зарчлаар ашиглавал ихдээ
ингэс авна. (Бодлогын нөхцөлийг хамгаалж)

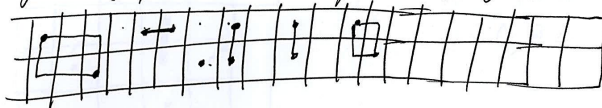


Шифр
6 0 3

Бодлого
B2

Хуудас/Нийт
34

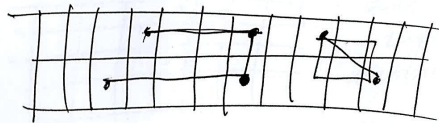
Одоо дараагийн 2 мөрний хувьд



Хэрвээ энэ 2 мөрний 1 баганад ~~архив~~ оршиж 2 хар цаг байдаг бол тэрийг нь халбаа
Хэрвээ аль нэг да тасны хар цагтай байх үедээ

1-ий хүчинт гарна (Энэ 2 мөрийнхөөс)

⇒ 2-аас сондгой тасны хар цагтай бол,



Хэрвээ 2 мөрний өөр өөр тунгууд хэлбэрдэх боломжтой бол халбаа үндэстийг нь мөр мөрнийг нь халбаа 12 хүчинтэй хар цаг гаралгүй.

Тэгвэл тэр 2-аас халбаас үүсгэн зүүн баруун талд сондгой тасны тунгууд байвал 2 хар цаг гаргч үрнэ.

Тэгвэл аль нэг тэрийг нь зүүн өвөр баруунтай нь халбаа 1 багана нэвг ~~дараах~~ 1 баганад оршиж 2 үүсгэн хувьд боломжгүй юм. ⇒ 2 баганы хувьд 1 эр ~~эсвэл~~ тэрийг байгууламтаар ихдээ 2-аас сул гарна. (Зүүн талд үүсгэн хувьд)
Одоо дараагийн баганыг гарга үрнүүлнэ.



3-р баганы хувьд сондгой цагтай гэд (төмрөө ~~халбаа~~ боломжтой)
Учир нь энэ 2 цагтай ~~нь~~ халдах үед эхлэн мөн ихдээ 2 багана үндэстийг нь халбаа ихдээ 2 цаг гаргч үрнэ.

⇒ Хэрвээ мөр нэг цаг нь A-ийн зүүн өвөр баруун талд 2-аас нь байдаг бол 2 талд нь ихдээ 1 (цаг үүсгэн 2-аас баганын нөхцөлтэй хамтанд (C, D-г хос багана авна)



Шифр

6	0	3
---	---	---

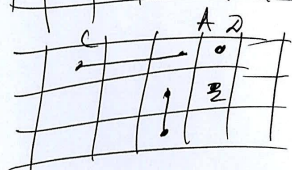
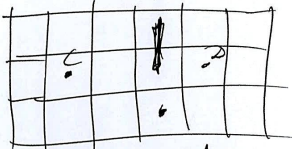
 Бодлого

B	2
---	---

Хуудас/Нийт

4	4
---	---

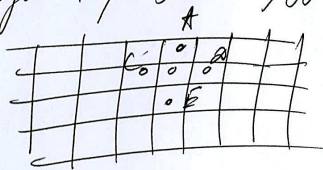
⇒ Корвоо А-ийн баганад байдаг бол
C, 2 нь нөлөөлөхгүй мөн 3 цэг болно.
Корвоо C, 2 нь дээд эгнээгээр байвал



⇒ 1-р цэг БНХ (Водлогын нөхцлийн хамт)

⇒ 3 эгнээг ихдээ 3 БНХ цэг олддог.

Одоо 4-р эгнээг оруулбал



Аль 2 талд нь 1 цэг цэг гарна гэхэд C, 2-ийн аль нэгтэй нь хос болно.

⇒ 4 эгнээг ихдээ 2 цэгтэй болно.

Корвоо ~~нь~~ тэгш тэгш үзэгтэй бол мөн адгилсаар яван ихдээ 2 цэгтэй болно. ⇒ Корвоо энэ ~~нь~~ эгнээг ~~нь~~ хар цэг байдалгүй гэхэд дараагийн эгнээг авсан мөх и мийг олуудалтай. ⇒ 4-эгнээг ихдээ 2 цэг

⇒ 20 эгнээг ихдээ 10 цэг гэхдээ сүүлийн эгнээг хүчдээ үзүүж бол 4 эгнээг 3 цэг болон $8+3=11$ хар цэг байна (БНХ)

⇒ Харин 11 тэгш өгцөгт болно.



Монголын Математикийн 55-р Олимпиад
III Даваа

B3

Шифр	Оноо
603	0

Хуудас/Нийт
1