Б. Батмөнх
1-р сургууль

Цаас 1/2

Б1 - 7
Б2 - 6
Б3 - 0
Σ = 13

Б1. Чулуунуудаа 1-ээс n-хүртэл дугаарлая.

Энд аль нэг байрлал ~~дээрээс~~ дээр x ш чулуу байсан ба аль нэгийг нь авч баруун тийш шилжүүлсэн гэе. Тэгвэл аль ч чулуу сонгож аваад шилжүүлсэн, ямар ч ялгаа гарахгүй (*).

Иймд (*)-г ашиглан үйлдлээ дахин тодорхойлъё

- k чулуутай ямар ч нэг нүднээс хамгийн их дугаартайг нь авч баруун тийш ихдээ k нүд зөөж байна. Энд Энэ үйлдэл нь бодлогод өгсөн ~~оролдлоготой~~ үйлдэлтэй яг адил.

Хэрвээ ямар нэг i-дугаартай чулуу нэг үйлдлээр i-аас их нүд зөөгдөж чаддаг бол. ~~уг нүд нь x-ш~~

Уг чулуу нь x ш чулуутай нүднээс үсэрсэн байг ⇒

⇒ x ≥ (үсэрсэн урт). Энд: (үсэрсэн урт) > i ⇒ x > i

Уг x ш чулуунууд нь $a_1; a_2; \dots; a_x$ - гэсэн дугаартай байг ($a_1 < a_2 < \dots < a_x$).

Үйлдэл ёсоор $i = \max\{a_1; a_2; \dots; a_x\} = a_x \Rightarrow i = a_x$.

Энд $1 \le a_1 < a_2 < \dots < a_x$ -тул $x \le a_x$ -гэдэг нь индукцээр хялбар гарна ⇒ $x \le a_x = i \Rightarrow x \le i \Rightarrow$ $\left.\begin{matrix} x > i \\ x \le i \end{matrix}\right\}$ болж зөрчилд хүрэв ⇒

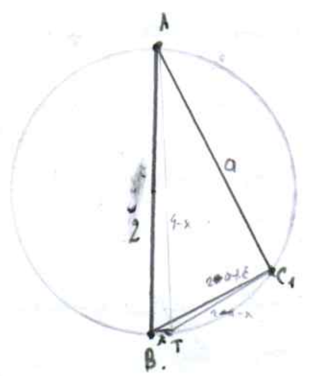
⇒ i-дугаартай чулуу нь ~~ихдээ~~ нэг үйлдлээр ихдээ i i-нүд шилжинэ.

Энд чулуу бүр n-нүд шилжинэ ⇒ i-дугаартай чулуун дээр дор хаяж $\left\lceil \frac{n}{i} \right\rceil$ -үйлдэл хийгдэнэ ⇒ Бүх чулуун дээр дор хаяж $\sum_{i=1}^{n} \left\lceil \frac{n}{i} \right\rceil$ - үйлдэл хийгдэнэ. ▲

Б2|. Хариу: $t\in(0;4]$.

Бодолт: Эхлээд $t\in(0;4]$-үед n-ээ гурвалжинтай сайн олонлог олдоно гэж харуулъя.

~~Иргий~~



$[AB]$-нь ω-н диаметр бай.

AB-нь ω-г 2 ш хэсэгт хуваах ба аль нэг дээр нь C_1-үүг авъяа. C_1-г агуулах бүт $\breve{AB}$-г "гоё"-гэе.

~~Одоо $\breve{BC_1}$-дээр~~

Энд $\triangle XYZ$-н периметрийг $P(XYZ)$-гэе.

Одоо $\breve{BC_1}$-дээр $P(AC_1C_2)>4$-байх C_2-үүг авч чадна гэж харуулъя.

Энд $P(ABC)=AB+(AC_1+BC_1)>AB+AB=4. \Rightarrow$ | $AC_1=a$-гэе)

$\Rightarrow P(ABC)=4+\varepsilon$ байх $\exists\varepsilon\in\mathbb{R}_+$. (Энд $AB+AC_1+BC_1=2+a+BC_1=4+\varepsilon \Rightarrow BC_1=2-a+\varepsilon$)

Энд. $\breve{BC_1}$-дээр $BT=x$-байх T-үүг авбал.

$$\left.\begin{array}{l} AB<AT+BT\Rightarrow AT>AB-BT=2-x. \\ BC_1<BT+TC_1\Rightarrow TC_1>BC_1-BT=2-a+\varepsilon-x. \end{array}\right\}\Rightarrow P_{ATC_1}=AT+TC_1+AC_1>2-x+2-a+\varepsilon-x+a=$$

$$=4+\varepsilon-2x.$$

$\Rightarrow$ ~~x<ε~~ $\boxed{x<\frac{\varepsilon}{2}}$-байхаар авбал $P(ATC_1)>4+\varepsilon-2x>4$.

Иймд $BC_2<\frac{\varepsilon}{2}$-байх C_2-н хувьд $P(AC_1C_2)>4$ (Мэдээж $BC_2>BC_1$-бол. C_2-п BC_1-н хоорондох дурын дээр сонгоно).

$$\text{Адилаар}\quad \left.\begin{array}{ll} P(AC_2C_3)>4 & \text{ба } C_3\in\breve{BC_2} \\ P(AC_3C_4)>4 & \text{ба } C_4\in\breve{BC_3} \\ \vdots & \\ P(AC_{n+1}C_n)>4 & \text{ба } C_{n+1}\in\breve{BC_n} \end{array}\right\}$$ -байх $C_3;C_4;\dots;C_{n+1}$-үүдийг олдоно.

Энд $C_1;C_2;\dots;C_{n+1}$-нь $\breve{BC_1}$-дээр энэ дарааллаараа орших тул. дотоод ерөнхий цэггүй. $\Rightarrow$ T-нь n-ш гурвалжин агуулах чадна.

$\Rightarrow t\in(0;4]$-үед n-шинжтэй-T-олдоно.

• Одоо $t>4$-үед хангалттай том n-н хувьд T-олдохгүй гэж батлая. $t>4\Rightarrow t=4+\varepsilon$ байх $\exists\varepsilon\in\mathbb{R}_+$.

Энд ω-д багтах $\overbrace{\text{дурын}}^{\text{ба P-нь t-ээс их байх}}$ $\triangle ABC$-н хувьд. ($AB\geq BC\geq AC$-гэе.)

Бэтэл $\left.\begin{array}{l} AB+BC \le 2+2=4 \\ AB+BC+AC > 4+\varepsilon \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{AC > \varepsilon}$

Энд γ-өнцөгтэй нумд тулсан хөвч нь ε-урттай байг.

~~Эрэмбэс нь.~~

Энд ΔT-нь $\left.\begin{array}{l} A_1B_1C_1 \\ A_2B_2C_2 \\ \vdots \\ A_nB_nC_n \end{array}\right\}$ -гэсэн Δ-нуудыг агуулдаг байг.

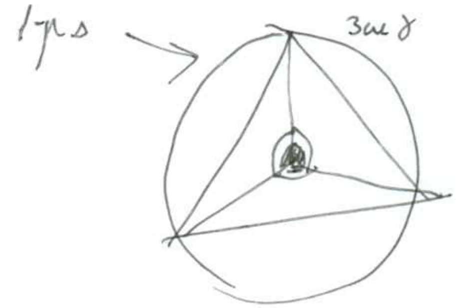
~~Энд $A_1B_1C_1$ Ох~~ ω-н төв-О.

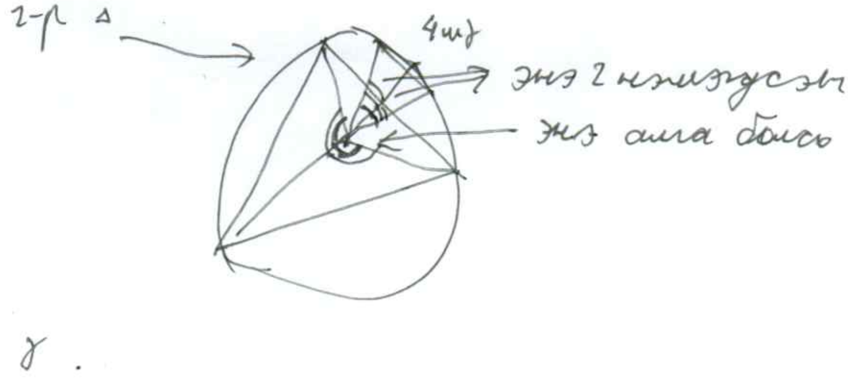
Энд $A_1B_1C_1$-г ~~зурж дараа~~ зураад $\left.\begin{array}{l} A_1O \\ B_1O \\ C_1O \end{array}\right\}$ -г татвал.

~~360°-н өнц~~ $\left.\begin{array}{l} \angle A_1OB_1 \\ \angle A_1OC_1 \\ \angle B_1OC_1 \end{array}\right\}$ -нь гурвуулаа γ-аас их.

Одоо $\Delta A_{i+1}B_{i+1}C_i$ -г зурвал. ~~дах~~ усрээд л 1ш γ-аас их өнцөг алга болох байсан ч 2ш γ-аас их өнцөг нэмэгдэнэ.
$\Rightarrow$ ~~360~~ n ш гурвалжин зурахад О-дээр төвтэй 360°-н өнцөг дээр ~~хаах~~ хаяж n-ш үл давхцах γ-аас их өнцөгт хуваагдана $\Rightarrow 360° \ge n\cdot\gamma \Rightarrow \frac{360°}{\gamma} \ge n$ энд $\frac{360°}{\gamma} = const$

гэвч n - хангалттай том $\Rightarrow$ зөрчил.





53-0