Э. Эрдэнэбилэг 11-р сургууль 12^a I цаас.

A1) $n = p_1^{\alpha_1} \cdots p_s^{\alpha_s}$ $k = p_1^{\beta_1} \cdots p_s^{\beta_s}$ гэе. $s = p_1^{x_1} \cdots p_s^{x_s}$ гэе. $\Rightarrow$

$(\alpha_1+1+x_1) \cdots (\alpha_s+1+x_s) = (\beta_1+1+x_1) \cdots (\beta_s+1+x_s)$ q-н хуваагчдын тоо $\sigma(q)$ гэе

Тэгш эрхтэй тул $n > k$ гэе. ~~α_i~~ ($\alpha_i = \beta_i$ бол уг 2-г хассан гэж сэтгэе. Учир нь ямар ч x_i-н хувьд $\alpha_i+x_i+1 = \beta_i+x_i+1$)

$\alpha_1 > \beta_1 \ldots \alpha_s > \beta_s$ бол ~~σ_6~~ $\alpha_i+1+x_i > \beta_i+1+x_i \Rightarrow \sigma(sn) > \sigma(sk) \Rightarrow \varnothing$.

$\alpha_i > \beta_i$ $\beta_j > \alpha_j$ байх $\exists j, i$ буюу $n \not> k$ байг.

$\alpha_1 > \beta_1$

$$A = \frac{\alpha_1+1+x_1}{\beta_1+1+x_1} \cdot \ldots \cdot \frac{\alpha_r+1+x_r}{\beta_r+1+x_r} = \frac{\beta_{r+1}+1+x_{r+1}}{\alpha_{r+1}+1+x_{r+1}} \cdot \ldots \cdot \underbrace{\frac{\beta_s+1+x_s}{\alpha_s+1+x_s}}_{B}$$

$\vdots$

$\alpha_r > \beta_r$

$\alpha_{r+1} < \beta_{r+1}$ гэе. $\beta_1+1+x_1 = \alpha_2+1+x_2$

$\vdots$ байхаар жайя.

$\beta_{r-1}+1+x_{r-1} = \alpha_r+1+x_r$

$\alpha_s < \beta_s$

$\beta_1+\ldots+\beta_{r-1}+x_1 = \alpha_2+\ldots+\alpha_r+x_r$

Уг ~~ннн~~ тэнцэтгэлүүдийг нэмбэл мөн адилаар

$\Rightarrow x_1 - x_r = \alpha_2+\ldots+\alpha_r-\beta_1-\ldots-\beta_{r-1}$

$\alpha_{r+1}+1+x_{r+1} = \beta_{r+2}+1+x_{r+2}$

$+$ $\vdots$

$\alpha_{s-1}+1+x_{s-1} = \beta_s+1+x_s$

$\beta_{r+1}+\ldots+\beta_{s-1}+x_{r+1} = \alpha_{r+2}+\ldots+\alpha_s+x_{r+1} \Rightarrow x_s - x_{r+1} = \beta_{r+1}+\ldots+\beta_{s-1}-\alpha_{r+2}-\ldots-\alpha_s$

$\alpha_{r+1}+\ldots+\alpha_{s-1}+x_{r+1} = \beta_{r+2}+\ldots+\beta_s+x_s \Rightarrow x_{r+1} - x_s = \beta_{r+2}+\ldots+\beta_s-\alpha_{r+1}-\ldots-\alpha_{s-1}$

$$A = \frac{\alpha_1+1+x_1}{\beta_r+1+x_r} =$$

$$A = \frac{\alpha_1+1+x_1}{\beta_r+1+x_r} = \frac{\beta_{r+1}+1+x_{r+1}}{\alpha_s+1+x_s} = B$$

$$A-1 = \frac{\alpha_1-\beta_r+x_1-x_r}{\beta_1+1+x_r} = \frac{\alpha_1+\ldots+\alpha_s-\beta_1-\ldots-\beta_s}{\beta_1+1+x_r}$$

$/ -1$

$$B-1 = \frac{\beta_{r+1}-\alpha_s+x_{r+1}-x_s}{\alpha_s+1+x_s} = \frac{\beta_{r+1}+\ldots+\beta_s-\alpha_{r+1}-\ldots-\alpha_s}{\alpha_s+1+x_s}$$

$\frac{a}{\beta_1+1+x_r} = \frac{b}{\alpha_s+1+x_s}$ $\qquad \frac{a}{b} = \frac{\beta_1+1+x_r}{\alpha_s+1+x_s}$ $\qquad \beta_1+1+x_r = al$, $\alpha_s+1+x_s = bl$ гэе

бид l-г хангалттай томоор авч чадна $\Rightarrow$ x_r, x_s-г хангалттай том авч чадна. $\Rightarrow$ x_r-г хангалттай том авснаар $x_1, \dots, x_{r-1}$-г натурал болгож чадна. Мөн адил x_s-г хангалттай том авснаар $x_{r+1}, \dots, x_{s-1}$-г натурал болгож чадна.

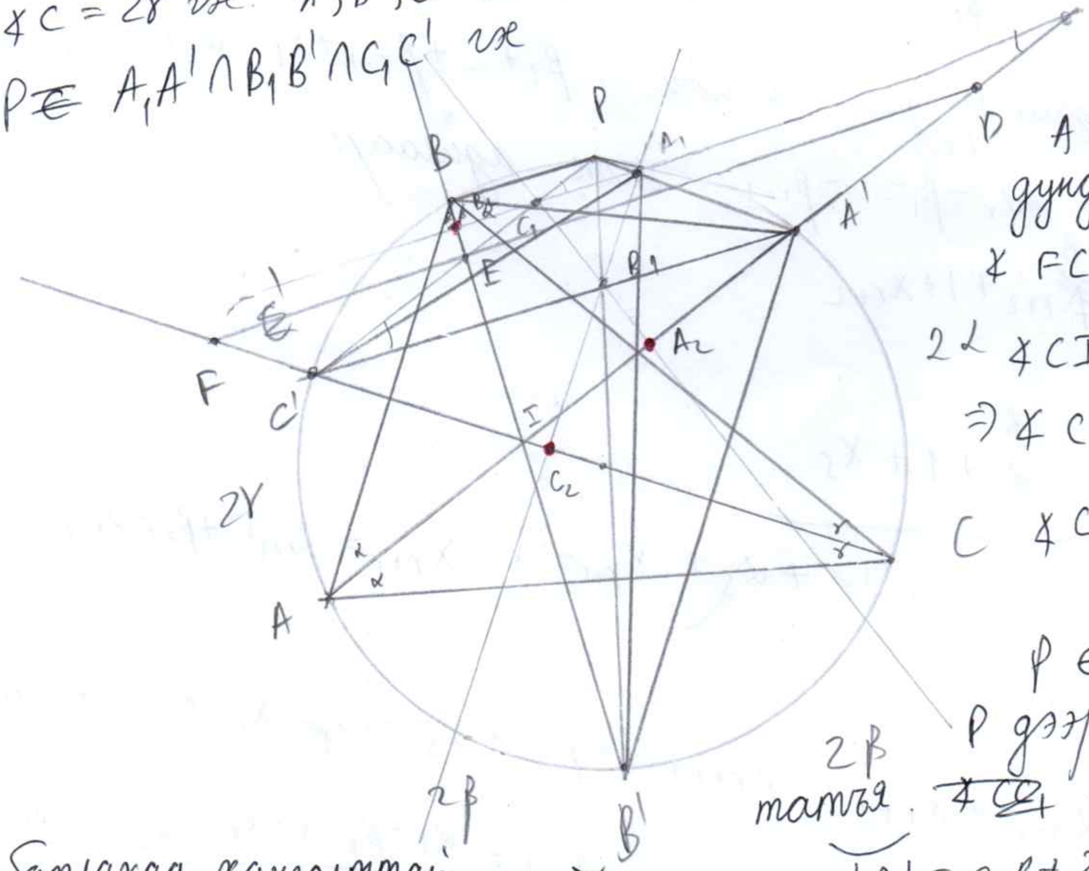
(n, k) = (бүх биенээ хуваадагүй хос)

A3) $AI \cap \Omega = A'$ $\quad BI \cap \Omega = B'$ $\quad CI \cap \Omega = C'$ гэе. x, y, z-р үүсэх Δ-н оройнуудыг A_1, B_1, C_1 гэе. ~~$A_1A' \cap B_1B' \cap C_1C' \in \Omega$~~

лемм $A_1A' \cap B_1B' \cap C_1C' \in \Omega$.

Үг леммийг баталсан гэж сэтгээд цааш явъя. $\angle A = 2\alpha$ $\angle B = 2\beta$ $\angle C = 2\gamma$ гэе. A', B', C' нь $\overset{\frown}{BC}, \overset{\frown}{AC}, \overset{\frown}{AB}$-н дундаж нь илт. $\angle C'PA' = \frac{\overset{\frown}{C'B'A'}}{2} = 2\beta+\alpha+\gamma = 90^\circ+\beta$.

$P \in A_1A' \cap B_1B' \cap C_1C'$ гэе



AD, BE, CF-н дундажууд A_2, B_2, C_2 гэе.

$\angle FC_2B_1 = \angle IA_2B_1 = 90^\circ \Rightarrow$

2α $\angle CIA_2 = \angle C_2B_1A_2 = \alpha+\gamma$

$\Rightarrow \angle C_1B_1A_1 = 90^\circ - \beta$ (1) $\Rightarrow$

$\angle C_1PA_1 + \angle C_1B_1A_1 = 90^\circ+\beta + 90^\circ - \beta = \pi \Rightarrow$

$P \in \omega(A_1B_1C_1)$

P дээр Ω-н шүргэгч татъя. ~~$\angle CC_1$~~ $\angle PC_1B_1 = \angle PBB'$ гэж батлахад хангалттай.

$\overset{\frown}{A'C} = 2\alpha$ $\quad \overset{\frown}{C'B'} = 2\beta + 2\gamma \Rightarrow A'B' \perp CC'$ $\Rightarrow A_1B_1 \parallel A'B'$

$A_1C_2 \perp CC_1' \Rightarrow \angle PC_1A_1 = \angle PB_1A_1 = \angle C_2B_1B' = \angle PB'A' = \angle PBA'$ (2)

$\angle PBB' = \angle PBA' + \frac{\overset{\frown}{AB'}}{2} = \alpha+\beta+\angle PBA'$ $\quad \angle C_1B_1A_1 = 90^\circ - \beta$ (1) мөн адилаар

$\angle A_1C_1B_1 = \angle PC_1A_1 + \alpha + \beta =$

$$\frac{a}{\beta_1+1+X_r} = \frac{b}{\alpha_s+1+X_s} \qquad \frac{a}{b} = \frac{\beta_1+1+X_r}{\alpha_s+1+X_s} \qquad \beta_1+1+X_r = al, \quad \alpha_s+1+X_s = bl$$ гэж

бид l-г хангалттай томоор авч чадна $\Rightarrow$ X_r, X_s-г хангалттай том авч чадна. $\Rightarrow$ X_r-г хангалттай том авснаар $X_1, \dots, X_{r-1}$-г натурал болгож чадна. Мөн адил X_s-г хангалттай том авснаар $X_{r+1}, \dots, X_{s-1}$-г натурал болгож чадна.

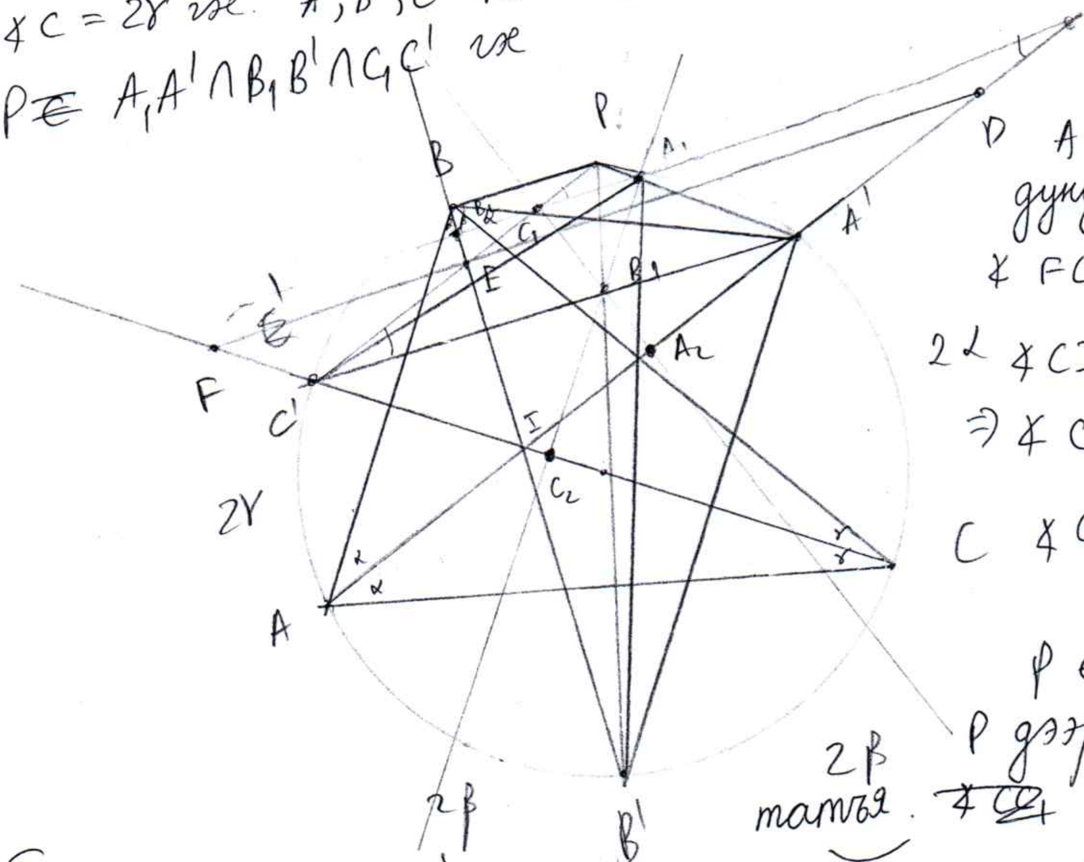
$(n, k) = $ (бүх биенээ хуваадуй хос)

A3) $AI \cap \Omega = A'$ $\quad BI \cap \Omega = B'$ $\quad CI \cap \Omega = C'$ гэж. x, y, z-р үүсэх Δ-н оройнуудыг A_1, B_1, C_1 гэж. ~~$A_1A' \cap B_1B' \cap C_1C' \in \Omega$~~

лемм $A_1A' \cap B_1B' \cap C_1C' \in \Omega$

Үг леммийг баталсан гэж сэтгээд цааш явъя. $\angle A = 2\alpha$ $\angle B = 2\beta$. $\angle C = 2\gamma$ гэж. A', B', C' нь $\overset{\frown}{BC}, \overset{\frown}{AC}, \overset{\frown}{AB}$-н дундаж нь илт. $\angle C'PA' = \frac{\overset{\frown}{C'B'A'}}{2} = 2\beta+\alpha+\gamma = 90^\circ+\beta$.

$P \in A_1A' \cap B_1B' \cap C_1C'$ гэж



AD, BE, CF-н дундажууд A_2, B_2, C_2 гэж.

$\angle FC_2B_1 = \angle IA_2B_1 = 90^\circ \Rightarrow$

2α $\angle CIA_2 = \angle C_2B_1A_2 = \alpha+\gamma$

$\Rightarrow \angle C_1B_1A_1 = 90^\circ - \beta$ (1) $\Rightarrow$

$\angle C_1PA_1 + \angle C_1B_1A_1 = 90^\circ+\beta + 90^\circ-\beta = \Pi \Rightarrow$

$P \in \omega(A_1B_1C_1)$

P дээр Ω-н шүргэгч татъя. ~~$\angle CC_1$~~ $\angle PC_1B_1 = \angle PBB'$ гэж батлахад хангалттай. $\overset{\frown}{A'C} = 2\alpha$ $\quad \overset{\frown}{C'B'} = 2\beta + 2\gamma \Rightarrow A'B' \perp CC'$

$A_1C_2 \parallel CC_1' \Rightarrow A_1B_1 \parallel A'B'$ $\Rightarrow \angle PB_1A_1 = \angle PB_1A_1 = \angle C_2B_1B' = \angle PB'A' = \angle PBA'$ (2)

$\angle PBB' = \angle PBA' + \frac{\overset{\frown}{AB'}}{2} = \alpha+\beta+\angle PBA'$ $\quad \angle C_1B_1A_1 = 90^\circ - \beta$ (1) мөн адилаар

$\angle A_1C_1B_1 = \angle PC_1A_1 + \alpha + \beta =$

Э. Эрдэнэбилэг 11-р сургууль 12^{a} II цаас.

A3) үргэлжлэл одоо леммээ батлъя.

$A_1B_1 \parallel A'B'$ гэж батлагсан. мөн адилаар $B_1C_1 \parallel B'C'$ $A_1C_1 \parallel A'C' \Rightarrow$

Дизаргийн т-р $A'A_1, B'B_1, C'C_1$ 1 цэгт огтлолцоно.

A2) S төгсгөлөг олонлог байг. $|S| = n$ гэе $\Rightarrow C_n^{1} + \dots + C_n^{n} = 2^{n}-1$

ш дэд олонлог $\Rightarrow$ ихдээ $2^{n}-1$ ш тоо $\Rightarrow$ 2^{n} ш 1-с бага ~~эерэг~~ эерэг

рационал тоо авахад II нөхцөл биелнэ.

~~A3) үргэлжлэл. $A_1C_1 \cap AA' = R$ гэе.~~

~~$RC_1 \parallel A'C'$ $RA' \parallel C'C_1 \Rightarrow C'C_1RA'$ нь $\parallel$ углгм.~~

I – 7

II – 0

III – 3

Нийт 10