Шинэ Монгол 10^З О. Мишээл.

A1. Хариу: $n \nmid k$; $k \nmid n$ байх $\forall (n; k)$ буюу бие биенээ хуваадаггүй дурын $(n; k)$ нь нөхцлийг хангана.

I:) Өөр шийд байхгүйг батлая.

Хэрэв $n; k$ нь бие биенээ хуваадаг бол, $n \neq k$ тул $n > k$ гээд $n \vdots k$ гэе.

$\Rightarrow$ ~~(...)~~ $\forall s$-н хувьд $sk \mid sn$ болох ба $sk < sn$ байна.

$sk \mid sn$ тул sk-н дурын хуваагч sn-н хуваагч болно.

$sk < sn$ тул sn нь sn-г хуваах боловч sk-г хуваахгүй. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ sk-н хуваагчдын тоо sn-нээс эрс бага буюу $d(sn) > d(sk)$ байна.

II) Дээрх бүх тоо шийд болохыг батлая.

$n \cdot k$-н бүх анхны тоог $p_1; \dots p_m$ гээд

$n = p_1^{\alpha_1} \cdot \dots \cdot p_m^{\alpha_m}$

$k = p_1^{\beta_1} \cdot \dots \cdot p_m^{\beta_m}$ гэе. ($\alpha_1; \dots \alpha_m; \beta_1; \dots \beta_m$ нь 0 байж болно.)

~~...~~ Энд p-үүдийг дахин дугаарлаж болох тул

$\alpha_1 > \beta_1; \dots; \alpha_t > \beta_t$; $\alpha_{t+1} = \beta_{t+1}; \dots \alpha_{u-1} = \beta_{u-1}$; $\beta_u > \alpha_u; \dots \beta_m > \alpha_m$ байхаар дугаарласан гэе. ($t \geq 0$; $u \leq m$; $t+1 \leq u$.)

Мэдээж $n \nmid k$; $k \nmid n$ тул $\alpha_i > \beta_i$; $\alpha_j < \beta_j$ байх $\exists (i; j)$ ёстой. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $t \geq 1$; ~~...~~ $u < m$ болно.

$s = p_1^{\gamma_1} p_2^{\gamma_2} \cdot \dots \cdot p_m^{\gamma_m}$ байхаар сонгоё.

$d(sn) = (\alpha_1 + \gamma_1 + 1) \cdot \dots \cdot (\alpha_m + \gamma_m + 1)$

$d(sk) = (\beta_1 + \gamma_1 + 1) \cdot \dots \cdot (\beta_m + \gamma_m + 1)$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $1 = \dfrac{d(sn)}{d(sk)} = \prod_{i=1}^{m} \dfrac{\alpha_i + \gamma_i + 1}{\beta_i + \gamma_i + 1}$ байхаар γ_i-г сонгох ёстой.

$M = \max(\alpha_1; \beta_1; \alpha_2, \dots \alpha_m; \beta_1 \dots \beta_m)$ гэе. Бүх γ_i-г $\gamma_i > M$ байхаар сонгоё.

Одоо $\gamma_2; \dots \gamma_t$-г ~~(...)~~ γ_1-с хамааруулж сонгоё. (γ_1-г хангалттай их $2t M$-с их авч сонгоё.)

$1 \leq i \leq t-1$-н: $\gamma_{i+1} = \alpha_i + \gamma_i - \beta_{i+1}$ гэж сонгож болно. (γ_1-г хангалттай их авсан тул $\gamma_t > M$ байна.)

Иймээс,

(ард үргэлжлэл)

$\cancel{a})$ $\dfrac{\alpha_1+\gamma_1+1}{\beta_1+\gamma_1+1}\cdot \ldots \cdot \dfrac{\alpha_t+\gamma_t+1}{\beta_t+\gamma_t+1} =$

$$= \frac{\alpha_1+\gamma_1+1}{\beta_1+\gamma_1+1}\cdot\frac{\alpha_2+\gamma_2+1}{\alpha_1+\gamma_1+1}\cdot \ldots \cdot \frac{\alpha_t+\gamma_t+1}{\alpha_{t-1}+\gamma_{t-1}+1} =$$

$$= \frac{\alpha_t+\gamma_t+1}{\beta_1+\gamma_1+1} = \frac{\alpha_t+\gamma_1+(\alpha_1-\beta_2)+\cdots+(\alpha_{t-1}-\beta_t)+1}{\beta_1+\gamma_1+1}$$ болно.

$\alpha_t+(\alpha_1-\beta_2)+\cdots+(\alpha_{t-1}-\beta_t) = \alpha_1+(\alpha_2-\beta_2)+\cdots+(\alpha_t-\beta_t) \geqslant \alpha_1 > \beta_1$ болно. ($t \geq 1$ учир)

$\alpha_t + \cdots$ —//— $-\beta_1 = D_1 > 0$ гэе. Тэгвэл

$$\prod_{i=1}^{t}\frac{\alpha_i+\gamma_i+1}{\beta_i+\gamma_i+1} = \frac{\beta_1+\gamma_1+1+D_1}{\beta_1+\gamma_1+1}$$ болно. $\beta_1+\gamma_1+1 = N_1$ гэе.

Одоо $\gamma_{u+1}, \cdots \gamma_m$-н хувьд бас адилаар ($\gamma_u > 2(m-u)M$-н хувьд)

$\leq i \leq m-1$: $\gamma_{i+1} = \gamma_i + \alpha_i - \beta_{i+1}$ гэе. Тэгвэл,

$$\prod_{i=u}^{m}\frac{\alpha_i+\gamma_i+1}{\beta_i+\gamma_i+1} = \frac{\alpha_m+\gamma_m+1}{\beta_u+\gamma_u+1} = \frac{\alpha_m+(\alpha_u-\beta_{u+1})\cdots+(\alpha_{m-1}-\beta_m)+\gamma_u+1}{\beta_u+\gamma_u+1}$$ болно.

$\alpha_m+(\alpha_u-\beta_{u+1})+\cdots+(\alpha_{m-1}-\beta_m) = \alpha_u+(\alpha_{u+1}-\beta_{u+1})\cdots+(\alpha_m-\beta_m) \leqslant \alpha_u < \beta_u$ болно.

~~$\alpha_m+(\alpha_u-\beta_{u+1})+\cdots(\alpha_{m-1}-\beta_m) = D_2 > 0$ гэе. $\beta_u+\gamma_u$~~

$\beta_u - (\alpha_m+(\alpha_u-\beta_{u+1})+\cdots+(\alpha_{m-1}-\beta_m)) = D_2 > 0$ гэе. $\beta_u+\gamma_u+1 = N_2+D_2$ гэе.

$\Rightarrow$ $t+1 \leqslant i \leqslant u-1$-н хувьд $\alpha_i = \beta_i$ тул $\dfrac{\alpha_i+\gamma_i+1}{\beta_i+\gamma_i+1} = 1 \Rightarrow \gamma_i$-г ямар ч сонгож болно. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Одоогийн сонголтоор

$$\frac{d(sn)}{d(sk)} = \prod_{i=1}^{m}\frac{\alpha_i+\gamma_i+1}{\beta_i+\gamma_i+1} = \frac{N_1+D_1}{N_1}\cdot 1\cdot\frac{N_2}{N_2+D_2}$$ болно.

~~N_1~~ $N_1 = \beta_1+\gamma_1+1 > \beta_1+2tM+1$ байх ба γ_1-г $2tM$-с их $\forall$ тоогоор сонгож болох тул N_1-г хангалттай их $\forall$ тоогоор сонгож болно.

N_2 нь мөн адил ба ~~$\max(\beta_u+\gamma_u+1, \beta_1$~~ $\max(\beta_u+2(m-u)M+1;\ \beta_1+2tM+1) = M'$ гэвэл, $N_1; N_2$-г M'-с их $\forall$ тоогоор авч чадна.

$a > \max\left(\dfrac{M'}{D_1}; \dfrac{M'}{D_2}\right)$ байх $a \in \mathbb{Z}$-г авъя.

$N_1 \to aD_1$; $N_2 \to aD_2$ гэж авахад, $\dfrac{d(sn)}{d(sk)} = \dfrac{(a+1)D_1}{a\cdot D_1}\cdot\dfrac{aD_2}{(a+1)D_2} = 1$ болно.

Иймд $d(s_n) = d(s_k)$ байхаар $\gamma_1, \dots, \gamma_m$-г сонгож чадна. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ s-г сонгож чадна. $\Rightarrow$ $n \nmid k;\ k \nmid n$ үед $\exists s \Rightarrow$ ▲

Шинэ Монгол О. Мишээл 10г.

A2. Эсрэгээс аль аль нөхцөл биелэхүй S олонлог олдсон гэе.

Тэгвэл S-н хувьд,

(1) $\forall F \subseteq S;\ |F|<\infty$ -н: $\sum_{x\in F}\frac{1}{x}$ нийлбэр нь цор ганц буюу өөр $F' \subseteq S;$

$|F'|<\infty$ -н: $\sum_{x\in F}\frac{1}{x}=\sum_{x\in F'}\frac{1}{x}$ байх $\nexists F'$.

(2) $\forall r\in \mathbb{Q}\cap(0,1)$ -н: $r=\sum_{x\in F}\frac{1}{x}$ байх F олдоно. (1) ~~чанараар~~, чанараас ийм F нь цор ганц байна.

Эндээс $f: \mathbb{Q}\cap(0,1)\to S'$ ~~функц~~ буулгалт тодорхойлъё. ($S'=\{T \mid |T|<\infty;\ T\subseteq S\}$.)

Энд $f(r)$ нь $r=\sum_{x\in f(r)}\frac{1}{x}$ байх дэд олонлог болно. (Чанар (1); (2)-с $\forall r: \exists f(r)$; ба $f(r)$ нь цор ганц эсэх нь харагдана.)

I — 7
II — 7
III — 3

Claim. $\forall a>b\in S$-н хувьд $a\geq 2b$ байна.

⌈ Эсрэгээс $\exists a;b:\ a<2b \Rightarrow \frac{1}{b}-\frac{1}{a}<\frac{1}{a}$ байх $a;b\in S$ ~~гэе~~.

Нийт: 17

Тэгвэл, $f\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)$-г харъя.

1) $a;b\notin f\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)$ байна.

$a\in f\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)$ бол, $\sum_{x\in f\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)}\frac{1}{x}\geq\frac{1}{a}>\frac{1}{b}-\frac{1}{a} \Rightarrow$ Зөрчил. $\Rightarrow a\notin f\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)$.

b-н хувьд мөн адил. ($\frac{1}{b}>\frac{1}{b}-\frac{1}{a}$ учир).

2) $\{a\}\cup f\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)=f\left(\frac{1}{b}\right)$ байна.

$a\notin f\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)$ тул $\{a\}\cup f\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)$ нь ялгаатай, S-н дэд олонлог болно. (хэдэн тоонууд,

$\Rightarrow \sum_{x\in\{a\}\cup f\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)}\frac{1}{x}=\frac{1}{a}+\sum_{x\in f\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)}\frac{1}{x}=\frac{1}{b}-\frac{1}{a}+\frac{1}{a}=\frac{1}{b}$ болно. $\sum_{x\in F}\frac{1}{x}=\frac{1}{b}$ байх цор ганц F байх ба түүнийг $f\left(\frac{1}{b}\right)$ гэсэн тул дээрх үнэн байна.

3) $\{b\}=f\left(\frac{1}{b}\right)$ байна. $\Rightarrow f\left(\frac{1}{b}\right)$ цор ганц тул $\{b\}=\{a\}\cup f\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Зөрчил. $\Rightarrow a\geq 2b$ байна. ⌋

Энд $|S|<\infty$ бол, н) $\exists M>\max(S)\Rightarrow$

$\Rightarrow f\left(\frac{1}{M}\right)$ оршихгүй болно. ($\forall a\in S: \frac{1}{a}>\frac{1}{M}$ учир) $\Rightarrow |S|=\infty$ байна.
(ард үргэлжлэл)

Энд $S \subseteq \mathbb{N}$ тул S-н элементүүдийг эрэмбэлээд,

$S=\{a_1; a_2; \dots\}$ гэе. ($a_i<a_{i+1}$)

$a_i; a_{i+1}$-н хувьд Claim-с $a_{i+1}\geqslant 2a_i$ болно. $\Rightarrow \frac{a_{i+1}}{2^{i+1}} \geqslant \frac{a_i}{2^i}$ болно.

$\Rightarrow \frac{a_i}{2^i}\geqslant \frac{a_1}{2}$ болно. $\Rightarrow a_i \geqslant 2^{i-1}\cdot a_1$ болно.

~~$\forall F\subseteq S$-г авахад $|F|$~~

$|F|<\infty$ байх $\forall F\subseteq S$-г авахад $|S|=\infty$ тул $F\neq S \Rightarrow$

$\Rightarrow F\subset S$ байна. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \sum_{x\in F}\frac{1}{x} < \sum_{x\in S}\frac{1}{x} = \frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\dots \leqslant \frac{1}{a_1}+\frac{1}{2a_1}+\dots \frac{1}{2^{i-1}\cdot a_1}+\dots =$

$=\frac{1}{a_1}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\dots\right)=\frac{2}{a_1}$ болно.

~~$\Rightarrow \sum_{x\in F}\frac{1}{x}<1$ болно.~~ $a_1\geqslant 3$ бол, $\sum_{x\in F}\frac{1}{x}<\frac{2}{a_1}\Rightarrow$

$\Rightarrow \left(\frac{2}{a_1};1\right)$ завсар дахь рационал тооны хувьд $\nexists f$. $\Rightarrow$ Зөрчил

~~$\Rightarrow a_1=1 \vee 2$ байх ёстой. Hөх $\frac{a_i}{2^i}\geqslant\frac{a_1}{2}$ тэнцэл биш түүдийн аль 1 биелэхгүй~~

~~бол, $a_i>2^{i-1}a_1$ гэе. $\Rightarrow a_i-2^{i-1}\cdot a_1\geqslant 1\Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow \sum_{x\in F}\frac{1}{x} < \frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\dots \leqslant \frac{1}{a_1}+\left(\frac{1}{a_i}-\frac{1}{2^{i-1}\cdot a_1}\right)=1-\left(\frac{1}{2^{i-1}}-\frac{1}{a_i}\right)\leqslant 1-\frac{1}{(2^{i-1})(2^{i-1}+1)}$~~

~~болно. $\Rightarrow \left(1-\frac{1}{2^{i-1}(2^{i-1}+1)};1\right)$ завсар дахь r: $\nexists f$ $\Rightarrow$ Зөрчил $\Rightarrow$~~

~~$a_i=2^{i-1}$ болно. $\Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow S=\{1;\frac{1}{2};\frac{1}{4}$~~

$1\in S$ бол, $\forall r\in(0,1)\cap\mathbb{Q}$-н хувьд $1\notin f(r)$ тул ($r<1$ учир)

Хэрэв S-д (1); (2) биелдэг бол $S\setminus\{1\}$-д мөн биелэх ёстой. Ө.х

$S\setminus\{1\}$-д (1); (2) биелэх боломжгүй бол S-д (1); (2) биелэх боломжгүй.

Иймд $1\notin S$ гэж үзэж болно. $\Rightarrow$

$a_1=2$ болно.

$\frac{a_i}{2^i}\geqslant\frac{a_1}{2}$ тэнцэл биш түүдийн аль 1 нь тэнцэлдээ хүрэхгүй бол, $a_i>2^i$ гэе.

$\frac{1}{2^i}-\frac{1}{a_i}=d$ гэе. $\sum_{x\in F}\frac{1}{x}<\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\dots\leqslant\frac{1}{a_1}+\left(\frac{1}{a_i}-\frac{1}{2^i}\right)=1-d\Rightarrow$

(дараагийн хуудсанд үргэлжлэл)

$r \in \mathbb{Q} \cap (1-d; 1)$ завсрын r-н хувьд $\nexists f(r) \Rightarrow$ Зөрчил.

$\Rightarrow$ $a_i = 2^i$ болно. $\Rightarrow$

$\Rightarrow S = \{ 2; 4; 8; \dots \}$ болно.

Одоо энэ S-н хувьд $f(\frac{1}{3})$ оршихгүйг батлая.

Эсрэгээр $\exists f(\frac{1}{3}) = \{ 2^{\alpha_1}; \dots 2^{\alpha_n} \}$ үзье. ($\alpha_1 < \dots < \alpha_n$)

Тэгвэл $\sum_{x \in f(\frac{1}{3})} \frac{1}{x} = \frac{1}{2^{\alpha_1}} + \dots + \frac{1}{2^{\alpha_n}} = \frac{2^{\alpha_n - \alpha_1} + \dots + 1}{2^{\alpha_n}} = \frac{1}{3}$ болно.

Харин хүртвэрт байгаа тоо нь сондгой тул хураагдахгүй болно. $\Rightarrow$

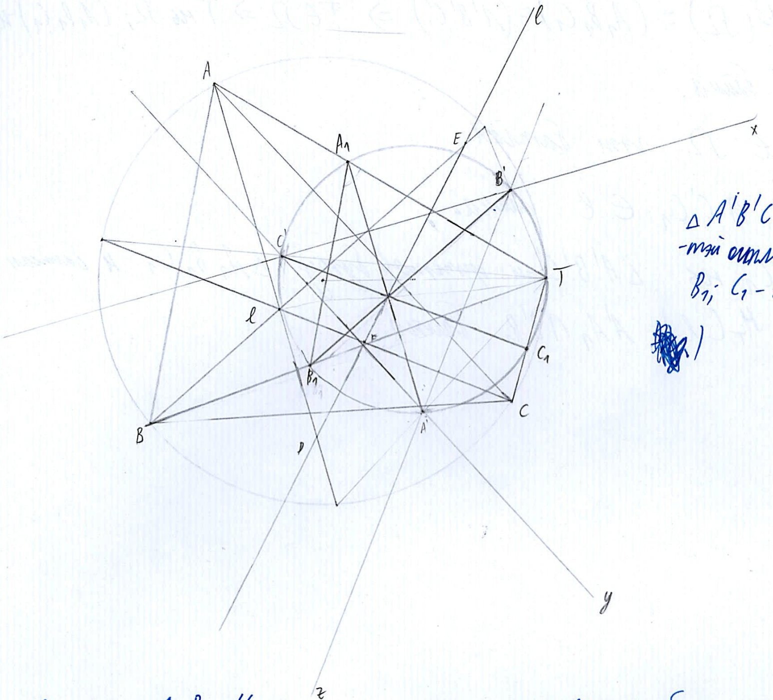
$\Rightarrow$ $2^{\alpha_n} = 3 \Rightarrow$ Зөрчил.

Иймд ямар ч S (1); (2)-г хангаж чадахгүй. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \forall S$-н хувьд аль 1 нөхцөл биелнэ.

Монгол О. [illegible]

A3.



$x \cap y = C'$
$y \cap z = A'$
$z \cap \cancel{x}\, = B'$ гэе.

$\triangle A'B'C'$-н A'-н өндрийн $(A'B'C')$-тэй огтлолцох цэг A_1; B_1; C_1-г мөн адилаар тодорхойлъё.

Claim1. $A_1B_1 \parallel AB$; $A_1C_1 \parallel AC$; $B_1C_1 \parallel BC$ байна.

Г $A_1B_1 \parallel AB$ гэж батлахад үлдсэн нь ч адил гарна.

$\measuredangle(A_1B_1; AB) = \measuredangle(A_1B_1; A'B') + \measuredangle(A'B'; Cl) + \measuredangle(Cl; AB) =$

$= \measuredangle(A_1B_1; A'B') + 90° + \measuredangle(Cl; BC) + \measuredangle(BC; AB)$ болно.

$A'C' \perp Bl$; $B'C' \perp Al$; $B'A' \perp Cl \Rightarrow$

$\Rightarrow \measuredangle(Bl; Cl) = \measuredangle(A'C'; A'B')$;

$\measuredangle(A_1B_1; A'B') = \measuredangle(A_1B_1; A_1A') + \measuredangle(A_1A'; A'B')$

$= \measuredangle(B_1B'A') + \measuredangle(A_1A'B') = \measuredangle(C'A'B') + 90° + \measuredangle(C'B'A') + 90° =$

$= \measuredangle(Bl; Cl) + \measuredangle(Al; Cl) \Rightarrow$

$\Rightarrow \measuredangle(A_1B_1; AB) = \measuredangle(Bl; Cl) + \measuredangle(Al; Cl) + 90° + \measuredangle(Cl; BC) + \measuredangle(BC; AB)$ болно.

Энэ нь 180° болохыг $\forall \triangle$-ны хувьд шалгахад амархан. ▲

Иймээс $\triangle ABC \to \triangle A_1B_1C_1$ байх $\exists$ гомотет. Төвийг T гэе.

(ард үргэлжилнэ)

Одоо T-г Ω дээр $\exists$ гэж батлахад хангалттай.

Учир нь $\cancel{H}_T(\Omega) = (A_1B_1C_1) = (A'B'C') \Rightarrow T \in \Omega \Rightarrow T$ нь Ω; $(A_1B_1C_1)$-н шүргэлтийн цэг байна.

Иймд $T \in \Omega$ гэж батлая.

Claim2. $A'A_1 \cap B'B_1 \cap C'C_1 \in \ell$ байна.

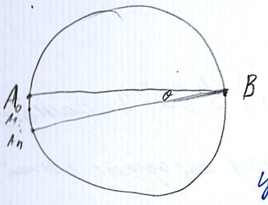
Statement. $A'A_1 \cap B'B_1 \cap C'C_1$ нь $\triangle A'B'C'$-н ортотөв буюу $\triangle A_1B_1C_1$-н багтсан тойргийн ~~төв~~ $\Rightarrow H_T(\ell) = A'A_1 \cap B'B_1$ байна.

Шинэ Монгол О. Мишээл 10

Б2. Хариу: $\forall t \in (0,4)$ байх t-н хувьд ~~хангал~~ биелнэ.

I) ~~харуу~~ $\forall t \in (0,4)$-н хувьд болно гэж харуулъя.

$t = 4-\varepsilon$ гэе. $(\varepsilon > 0)$. Одоо ~~$\forall n$~~ n бүрийн хувьд биелэх T олонлогийг байгуулъя.



Аль 1 диаметрийг аваад A_0B гэе.

$\angle ABA_n = \theta$ байх A_n цэг авъя. (θ-г хангалттай бага авна.)

$A_1, \dots A_{n-1}$ цэгүүд нь $\overset{\frown}{A_0A_n}$ нумыг n тэнцүү хуваах цэгүүд гэе.

~~θ ... $\cos\theta$ ... $\cos\theta > \max(\frac{\sqrt3}{2}; 1-\frac{\varepsilon}{4})$ байхаар сонгож чадна. Учир нь $\cos$ нь тасралтгүй функц ба $\cos 0 = 1$. $\cos\theta' = \max(\frac{\sqrt3}{2}; 1-\frac{\varepsilon}{4})$ байх $\exists\theta'$ (arccos-г аваад болно) ... $0<\theta'<\frac{\pi}{2}$~~

$\Rightarrow$ ~~$0 \le \theta' ...$~~

θ-г $\cos\theta = \max(\frac{\sqrt3}{2}; 1-\frac{\varepsilon}{4})$ байхаар сонгоё. $(0<\theta<\frac{\pi}{2})$

Ийм байхаар сонгоод,

Claim. $T = \{\triangle A_iA_{i+1}B \mid 0 \le i \le n-1\}$ гэж аваад болно.

Γ $P(\triangle A_iA_{i+1}B) > A_iB + A_{i+1}B$ болно. $A_iB = A_0B \cdot \cos(i\cdot\frac{\theta}{n}) \geq$

$\geq A_0B \cdot \cos\theta$ болно. ($\cos$ нь $(0,\frac{\pi}{2})$-д буурах функц учир) $\Rightarrow$

$\Rightarrow P(\triangle A_iA_{i+1}B) > A_iB + A_{i+1}B \geq 2A_0B \cdot \cos\theta \geq 2\cdot 2\cdot(1-\frac{\varepsilon}{4}) = 4-\varepsilon = t.$

болно. $\Rightarrow$ T-доорх $\forall\triangle$-ны $P > t \Rightarrow$ ⌟

Иймд $\forall t \in (0,4)$-н : болно.

II) $t \geq 4$ үед болохгүйг харуулъя.

$t = 4$ үед харуулахад хангалттай.

~~$n=3$ үед авъя~~

~~Эсрэгээс n бүрийн хувьд T олдсон гэе. $n=3$ үеийн T-г авъя.~~

Claim. ω-д 3-н үл огтлолцох $\triangle$ байгаа $\Rightarrow$ Дор хаяж 1нь мохоо.

Γ (...) эсрэгээс 3-уул мохоо биш гэе. $\triangle$-нүүдээ A_1; A_2; A_3 гэе.

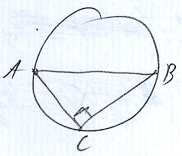
$A_1 = ABC$ гэе.

(ард үргэлжлэл)

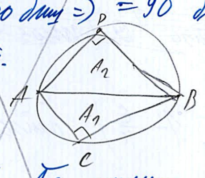
$A_2; A_3$ Δ нь ~~ABC~~ $\overset{\frown}{AB}; \overset{\frown}{BC}; \overset{\frown}{CA}$ нумын аль 1-д оршино (ул огтлолцох тул).

• мохоо биш өнцөгт Δ нь $180°$-с эрс бага нумд багтах чадахгүй. Учир нь, аль 1 өнцөг нь ~~...~~ үүдэх нумын хагасаас их болно. $\Rightarrow$
$\Rightarrow > 90°$ болно. $\Rightarrow$ ▲.

ABC нь ~~...~~ мохоо биш $\Rightarrow$ $\max(\overset{\frown}{AB}; \overset{\frown}{BC}; \overset{\frown}{CA}) \leq 90° \cdot 2$ болно. $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ $A_2; A_3$ мохоо биш байх-н тулд $> 180°$ байх нумд ~~...~~ орших ёстой $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ $\max(\overset{\frown}{AB}; \overset{\frown}{BC}; \overset{\frown}{CA}) = 180°$ байх ёстой. $\overset{\frown}{AB} = 180°$ гэе.



ΔA_2 нь $\overset{\frown}{AB}$ нумд $\exists$ ~~...~~ $\Rightarrow$ A_2-н аль 1 өнцөг дор хаяж $90°$ болно. Мохоо биш $\Rightarrow$ $= 90°$ болно. $\Rightarrow$ A_2-н 2 орой нь $A; B$ байх ёстой.

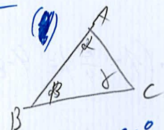


Одоо A_3 нь $\overset{\frown}{AD}; \overset{\frown}{BD}; \overset{\frown}{CB}; \overset{\frown}{AC}$ нумын аль 1-д $\exists$ ёстой боловч бүгд $< 180°$ болно. $\Rightarrow$ A_3 мохоо. ▲

Claim-с T-д мохоо байх ABC Δ $\exists$.

Claim 2. Мохоо ABC Δ-ны хувьд $P < 4R$ (R нь (ABC)-н радиус).

Г



өнцгүүд $\alpha; \beta; \gamma$ гэвэл $\alpha > 90°$ гэе. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $P = 2R(\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma)$ болно.

$\alpha = 90° + d$ $(0 < d < 90°)$ гэе. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $f(\beta') = \sin(90°+d) + \sin\beta + \sin(180° - \beta - (90°+d))$ болно. $(0 < \beta < 180° - \alpha = 90° - d)$

$(\beta' = \frac{\beta}{360°} \cdot 2\pi$ гэе$)$

$f'(\beta') = \cos\beta + - \cos(90° - d - \beta) = \sin(90°+\beta) - \sin(d+\beta)$ болно.

$0 < \beta < \frac{90°-d}{2}$ үед : $\sin 90°+\beta - \sin(d+\beta) > \sin(90° + \frac{90°-d}{2}) - \sin(d + \frac{90°-d}{2}) = 0$ болно. $\Rightarrow$

($\sin$ нь $[90°, 180°]$-д буурдаг, $[0, 90°]$-д өсдөг учир.)

$\Rightarrow$ $f'(\beta') > 0$ болно. (дараагийн хуудсанд үргэлжлэл)

$\beta = \frac{90° - \alpha}{2}$ үед $f'(\beta') = 0$.

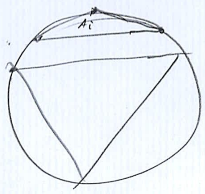
$\frac{90° - \alpha}{2} < \beta < 90° - \alpha$ үед, $f'(\beta') = \sin(90° + \beta) - \sin(\alpha + \beta) < \sin(90° + \frac{90° - \alpha}{2}) - \sin(\alpha + \frac{90° - \alpha}{2}) = 0$.

$\Rightarrow f'(\beta') < 0$ болно.

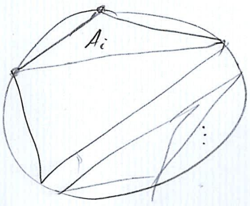
II.) Эргэлж $\forall n$-н хувьд ЗТ үзье.

Тэгвэл хангалттай том n авъя. ~~3-с урт Δ-ны хувьд~~

Энд 2-с олон Δ мохоо бий байж чадахгүй. :)

:) 

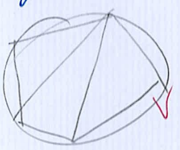
Мохоо A_i-г авбал, урт тал нь их байх нь өөрийн нумын их хэсэг үед болно.

Ө.х. 

A_i нь өөр Δ-ны оройтой нийлэх үед их периметртэй болно.

:) Бүх Δ нийлэх үеийг аваад зургийг хураахад болно.

Энэ үед nш Δ маань $n+2$ олон өнцөгтийн диагоналиар хуваагдсан байгаа болно.



Энд нийт Δ-үүдийн ΣP-г тооцъё.

Энэ нь $n+2$ о/ө-н P + 2·диагоналууд болно.

$\Rightarrow$ Их тал нь $< 2\pi + 2$диагоналууд $< 4\pi$.

Шифр Монгол 10¹ О. Мишээл.

~~В1. Энд чулуу бүр доор хаяж i + 1 удаа зоогдох тохиолдол байгаа бол.~~

В1. Чулуу бүр-н ХИ уртаар зоогдсон зайнуудын ХБ-г авъя. Үүнийг k гэе.

- a чулууны тох зоолт i бол a нь доор хаяж $\left\lceil \frac{n}{i} \right\rceil$ удаа зоогдоно.

Б1 – 0

Б2 – 3

Б3 – 0

$\Sigma = 3$